

**Regelungs-, Aktuator- und Sensortechnik
[RAS / FTA7]**

- Teil 1: Mechanik und Bewegungsgleichung
- Teil 2: Regelung von Gleichstromantrieben
- Teil 3: Verfahren zur Steuerung und Regelung von Drehstromantrieben
- Teil 4: Leistungselektronik, Signalverarbeitung, Sensorik für die Antriebstechnik
- Teil 5: Einsatz von Antrieben in Werkzeugmaschinen und Robotern

Revision: V1.1

Datum: September 2003

Prof. Dr.-Ing. Kai Müller
Hochschule Bremerhaven
Institut für Automatisierungs- und Elektrotechnik
An der Karlstadt 8

D-27568 Bremerhaven

Tel: +49 471 48 23 – 415

FAX: +49 471 48 23 – 418

E-Mail: kmueLLer@hs-bremerhaven.de

I Einleitung

I.I Umdruck zur Vorlesung

Zum Beginn der Vorlesung liegt nun ein vollständiger Umdruck vor, der über die Homepage der Vorlesung <<http://www1.hs-bremerhaven.de/kmueller/>> kopiert werden kann.

I.II Regelungs-, Aktuator- und Sensortechnik

Elektrische Antriebe stellen in der Produktion den überwiegenden Anteil an mechanischer Arbeit. Sie haben die Produktion in ähnlicher Weise verändert wie die Dampfmaschine in der industriellen Revolution.

Elektrische Maschinen wandeln elektrische Energie in mechanische Energie und umgekehrt (generatorischer Betrieb). Über 99% der gesamten Produktion an elektrischer Energie erfolgt mit elektrischen Maschinen. Am Gesamtverbrauch an elektrischer Energie in Industrieländern sind die elektrischen Antriebe mit mehr als 60% beteiligt. Dies erklärt die große Bedeutung der Antriebstechnik.

In zunehmendem Maße ersetzen elektrische Antriebe andere Antriebsformen (z.B. Pneumatik, Hydraulik) aufgrund ihrer besseren Regelbarkeit bzw. sie ersetzen mechanische Lösungen (beispielsweise elektromagnetische Ventilsteuerung im Ottomotor anstelle von Nockenwelle und Schleppebel, elektronische Getriebe).

Von besonderer Bedeutung für die Qualität und Effizienz in der Produktion sind Regelantriebe, die präzise Einhalten von Drehzahlen und Positionen gewährleisten. In dieser Veranstaltung soll die gesamte Bandbreite der Antriebstechnik behandelt werden, d.h. elektrische Maschinen, Regelverfahren, Sensorik und Leistungselektronik einschließlich der zugehörigen Signalverarbeitung.

Ich wünsche allen Hörern der Veranstaltung "Regelungs-, Aktuator- und Sensortechnik" viel Freude an dem faszinierenden Fachgebiet.

Bremerhaven, September 2003

Kai Müller

<kmueLLer@hs-bremerhaven.de>

Tel: (0471) 4823 – 415

II Inhalt

1	Mechanische Bewegungsgleichung für Antrieb und Last	1
1.1	Bewegungsgleichung	1
1.1.1	Analytische Lösung der Bewegungsgleichung (1.5)	3
1.2	Grafische Darstellung der Bewegungsgleichung	5
2	Übung: Bestimmung von Trägheitsmoment Q und Reibkoeffizient c_r aus der Sprungantwort	5
3	Leistung und Energie in mechanischen Systemen	6
4	Getriebe in Antriebssystemen	8
5	Übung: Berechnung des motorseitigen Trägheitsmomentes sowie des notwendigen Drehmomentes eines Antriebs	10
6	Betriebspunkte von Antriebssystemen	11
6.1	Antriebskennlinien	12
6.2	Allgemeiner Test auf Stabilität durch Linearisierung im Arbeitspunkt	14
7	Freiheitsgrade eines mechanischen Systems	15
7.1	Kinetische Diagramme / Zustandsdiagramme	15
7.1.1	Zeitoptimale Positionierung	15
7.1.2	Zeitoptimale Positionierung mit begrenzter Geschwindigkeit	17
7.1.3	Realisierung einer zeitoptimalen Positionierung	18
8	Aufgabe: Zeitoptimale Steuerung	18
8.1	Zustandsdiagramme	19
9	Elastisch gekoppelte Last	20
10	Übertragungsfunktion und Analyse im Frequenzbereich	22
10.1	Normierung	23
10.2	Bestimmung der Übertragungsfunktion aus der normierten Darstellung	24
10.3	Bestimmung der Übertragungsfunktion für elastisch gekoppelte Last	24
10.4	Übung: Nachweis der Wirkung von Nullstellen und Polen in der Simulation	28

10.5	Normierung des mechanischen Systems	29
11	Gleichstrommaschine (GM)	33
11.1	Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld	33
11.2	Fremderregte Gleichstrommaschine	34
11.3	Induzierte Spannung in bewegtem Leiter	36
11.4	Gleichungen der GM	36
11.5	Stationärer Betrieb der GM	39
11.6	Einfluss der Erregung	40
11.7	Permanenterregte GM	41
11.8	Leistungsbilanz der GM	41
11.9	Übung: Berechnung des Betriebspunkts einer GM	42
11.10	Dynamisches Verhalten der GM	43
12	Übung: Simulation der GM	46
13	Drehzahlregelung der GM	47
13.1	Kaskadenregelung der GM (bei konstanter Erregung)	48
13.1.1	Stromregelung	51
13.1.2	Drehzahlregelung	54
13.1.3	Beispiel: Entwurf eines Stromreglers für eine GM	55
14	Reihenschlussmotor	56
14.1	Stationärer Zustand	57
14.2	Beispiel: Eigenschaften der Reihenschlussmaschine	59
15	Leistungselektronik	60
15.1	„Schaltende“ Elemente	60
15.1.1	Vorteil des Schalters gegenüber einer stetigen Bereitstellung der Leistung	61
15.2	Netzgeführte und selbstgeführte Stromrichter	64
15.3	Bauelemente der Leistungselektronik	65
15.3.1	Realer Aufbau eines Thyristors	66
15.4	Netzgeführte Umrichter	67
15.4.1	Mittelpunktschaltung M2	67

15.4.2	Brückenschaltung B2	68
15.5	Berechnung der mittleren Gleichspannung ud	68
15.6	Beispiel: Verläufe von Strom und Spannung bei der B2-Schaltung	69
15.7	Drehstrom-Brückenschaltung – B6	70
15.7.1	Phasenströme	73
15.7.2	Umkehrstromrichter	74
15.7.3	Übung: Berechnung des Steuerwinkels α	75
16	Selbstgeführte Stromrichter	76
16.1	Schaltfunktion bei einer Halbbrücke	77
16.1.1	Schaltfunktion	79
16.2	Kurzzeit-Mittelwert	80
16.3	Modulationsfunktion m_A	81
16.4	Einphasige Brücke	81
16.5	Übung: Selbstgeführter Stromrichter	83
16.6	Modulation	85
16.7	Einphasige Brücke (selbstgeführter Stromrichter)	88
16.8	Simulation des selbstgeführten Stromrichters (einphasig)	92
17	Sensortechnik	93
18	Messung hoher Ströme und Spannungen	93
18.1	Messung von Spannungen und Strömen mit Transformatoren	93
18.2	Hall-Sensor	95
18.2.1	Spannungsmessung	97
18.3	Digitale Messung von Strömen	98
19	Drehzahlsensor	100
19.1	Indirekte Messung der Drehzahl aus Spannung und Strom	101
20	Winkelsensoren	101
20.1	Photooptische Encoder	101
20.2	Resolver	104
21	Drehstromantriebe	108
21.1	Maschinentypen	108

21.2	Entstehung eines Drehfeldes (Wanderwelle)	111
21.3	Drehmomentbildung bei der ASM	113
22	Stationäres Verhalten der ASM	117
22.1	Regelung der ASM	122
22.2	Hochdynamische Regelung von Asynchronmaschinen	123
22.3	Regelung in Feldkoordinaten	128
22.3.1	Koordinatentransformation	129
23	Regelung in Feldkoordinaten (feldorientierte Regelung)	133
24	Übung: Elektrische Größen in Feldkoordinaten und Flussmodell	135
25	Literatur	137

1 Mechanische Bewegungsgleichung für Antrieb und Last

Ein elektrischer Antrieb wandelt elektrische Energie in mechanische Arbeit. In unserer Umgebung profitieren in vielfältiger Weise davon, indem wir Geräte wie Waschmaschine, Staubsauger, Aufzüge usw. nutzen. Antriebe sind stets nur ein Teil einer Anlage, die mechanische Energie benötigt.

Zunächst soll der mechanische Teil eines Antriebssystem betrachtet werden. Betrachten wir Drehmoment und Drehzahl, so ergeben sich 4 verschiedene Betriebszustände.

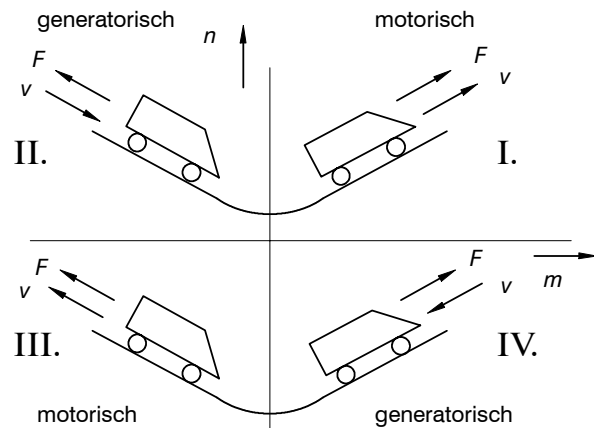


Bild 1.1: Drehzahl-Drehmoment-Ebene (Quadranten der m, n -Ebene)

Die mechanische Leistung ist das Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit bzw. das Produkt aus Drehmoment und Drehzahl

$$P_{mech} = Fv = M\omega . \tag{1.1}$$

In den Quadranten I. und III. ist die Leistung positiv (motorisch). In den anderen Quadranten ist die Leistung negativ (generatorisch), d.h. bei negativer mechanischer Leistung wird mechanische Energie abgegeben und elektrische Energie erzeugt.

1.1 Bewegungsgleichung

Elektrische Antriebe erzeugen Kräfte oder Momente, die Massen oder Trägheitsmomente beschleunigen.

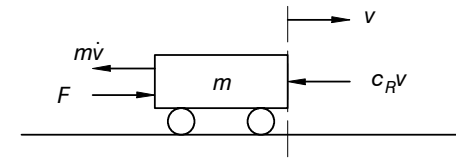


Bild 1.2: Translatorische Bewegung

Eine Kraft F beschleunigt eine Masse m . Nach dem Newtonschen Gesetz ist die Summe aller Kräfte an der Masse stets null (c_R ist ein Reibkoeffizient)

$$\sum_k F_k = F - m\dot{v} - c_R v = 0 . \tag{1.2}$$

Man erhält eine Differentialgleichung (DGL) 1. Ordnung

$$m \frac{dv}{dt} + c_R v = F , \tag{1.3}$$

die das Verhalten des mechanischen Systems vollständig beschreibt.

Für Drehbewegungen, die bei elektrischen Antrieben weitaus häufiger auftreten, gilt eine entsprechende Beziehung.

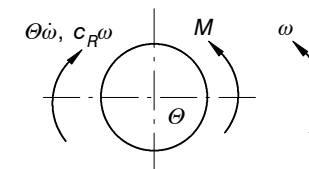


Bild 1.3: Rotatorische Bewegung

Bild 1.3 zeigt eine Masse mit einem Trägheitsmoment Θ , die durch ein Drehmoment M angetrieben wird (c_R ist ein Reibkoeffizient). Hier muss die Summe aller Momente null ergeben, die an dem Trägheitsmoment Θ angreifen

$$\sum_k M_k = M - \Theta\dot{\omega} - c_R \omega . \tag{1.4}$$

Auch hier entsteht eine zu (1.3) gleichwertige DGL

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} + c_R \omega = M . \tag{1.5}$$

Wir wollen im folgenden nur (1.5) weiter untersuchen, da sich (1.3) auf gleiche Weise lösen lässt. Für den wichtigen Sonderfall eines konstanten Drehmoments M können wir für die DGL (1.5) eine analytische Lösung finden. In geregelten Antriebssystem kann man nicht

von einem konstanten Drehmoment ausgehen. Die analytische Lösung für $M = \text{konstant}$ zeigt jedoch, wie prinzipiell Einschwingvorgänge in Antriebssystemen aussehen können.

Aus regelungs- bzw. systemtechnischer Sicht beschreibt (1.5) ein dynamisches System mit dem Ausgang ω und dem Eingang M .

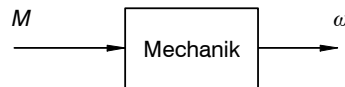


Bild 1.4: Regelungstechnische Darstellung des mechanischen Systems

1.1.1 Analytische Lösung der Bewegungsgleichung (1.5)

Durch die Methode der “Trennung der Veränderlichen” lässt sich die DGL lösen

$$\frac{d\omega}{M - c_R\omega} = \frac{dt}{\Theta}. \quad (1.6)$$

Beide Seiten lassen sich nun unbestimmt integrieren. Die Lösung ist bis auf eine Konstante k_1 eindeutig

$$\int \frac{d\omega}{M - c_R\omega} = \int \frac{dt}{\Theta} + k_1. \quad (1.7)$$

In mathematischen Handbüchern (z.B. [2]) findet für das unbestimmte Integral

$$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln(ax + b). \quad (1.8)$$

Damit lautet die Lösung für (1.7)

$$-\frac{1}{c_R} \ln(M - c_R\omega) = \frac{t}{\Theta} + k_1. \quad (1.9)$$

Multiplikation mit $-c_R$ führt auf

$$\ln(M - c_R\omega) = -t \frac{c_R}{\Theta} - c_R k_1. \quad (1.10)$$

Wendet man die inverse Funktion des natürlichen Logarithmus (e-Funktion) auf beiden Seiten an, so folgt

$$M - c_R\omega = e^{-t \frac{c_R}{\Theta} - c_R k_1}. \quad (1.11)$$

bzw. aufgelöst nach

$$\omega = \frac{M}{c_R} - e^{-t \frac{c_R}{\Theta}} \frac{e^{-c_R k_1}}{c_R} = \frac{M}{c_R} - k_2 e^{-t \frac{c_R}{\Theta}}. \quad (1.12)$$

Die Konstante k_2 folgt aus der Anfangsbedingung. Wir wollen annehmen, dass die Drehzahl ω für $t = 0$ null ist, d.h.

$$\omega(t = 0) = 0 = \frac{M}{c_R} - k_2. \quad (1.13)$$

Daraus folgt k_2 und damit lautet die Lösung der DGL

$$\omega = \frac{M}{c_R} \left(1 - e^{-t \frac{c_R}{\Theta}} \right). \quad (1.14)$$

Das Verhältnis Θ / c_R hat die Dimension einer Zeit

$$\left[\frac{\Theta}{c_R} \right] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{Nms}} = \frac{\text{kgm}^2}{\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}} = \text{s}. \quad (1.15)$$

Man bezeichnet das Verhältnis Θ / c_R auch als mechanische Zeitkonstante T_m .

Häufig schreibt man (1.14) dann mit der mechanische Zeitkonstanten T_m

$$\omega = \frac{M}{c_R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right). \quad (1.16)$$

Für $M / c_R = 1$ erhält man den Verlauf gemäß Bild 1.5. Diese Art der Anregung wird Sprungantwort genannt, da zum Zeitpunkt $t = 0$ das Antriebsdrehmoment sprunghaft verstellt wird.

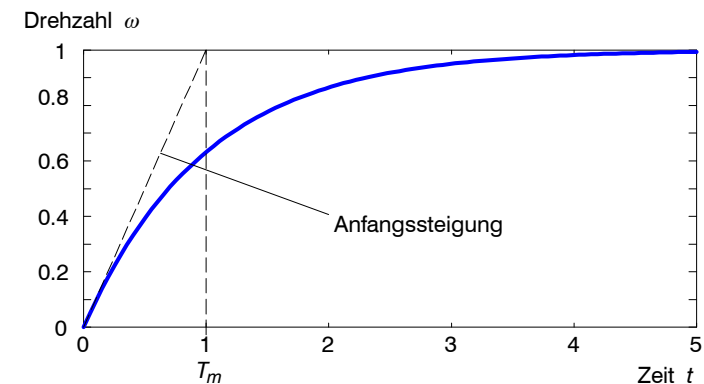


Bild 1.5: Verlauf der Drehzahl bei konstantem Antriebsmoment

Die Verlauf beginnt mit einer Steigung von

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{c_R T_m} = \frac{M}{c_R \frac{\Theta}{c_R}} = \frac{M}{\Theta} \quad (1.17)$$

Da die Anfangssteigung nur vom Trägheitsmoment Θ abhängt (bei bekanntem Antriebsmoment), lässt sich durch Messung der Sprungantwort das Trägheitsmoment experimentell ermitteln. Der Endwert der Drehzahl hängt nur von dem Reibkoeffizienten c_R ab. Somit kann auch der Reibkoeffizient durch Messung bestimmt werden (Voraussetzung: c_R ist konstant).

1.2 Grafische Darstellung der Bewegungsgleichung

In der Antriebs- und Regelungstechnik werden die mathematischen Zusammenhänge gerne grafisch in Form von Blockschaltbildern dargestellt. Die Differentialgleichung beschreibt lediglich die Ableitung der Drehzahl

$$\frac{d\omega}{dt} = f(\omega, M) \quad (1.18)$$

Um nun die Drehzahl zu erhalten, ist die Integration dieser Funktion erforderlich (Integrator)

$$\omega = \int_0^t \frac{d\omega}{dt} dt + \omega_0 = \int_0^t f(\omega, M) dt + \omega_0 \quad (1.19)$$

Der Wert ω_0 ist der Anfangswert der Drehzahl zum Zeitpunkt $t = 0$ (nicht notwendigerweise null). In unserem Beispiel aus Abschnitt 1.1 lautet die DGL

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\Theta} (M - c_R \omega) \quad (1.20)$$

Das zugehörige Blockschaltbild zeigt Bild 1.6.

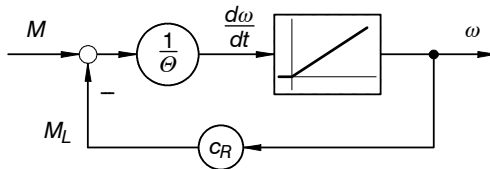


Bild 1.6: Blockschaltbild für das mechanische System aus Bild 1.2

2 Übung: Bestimmung von Trägheitsmoment Θ und Reibkoeffizient c_r aus der Sprungantwort

Aus der folgenden Sprungantwort eines Antriebssystems gemäß Bild 1.6 sollen die Parameter bestimmt werden (=Parameteridentifikation).

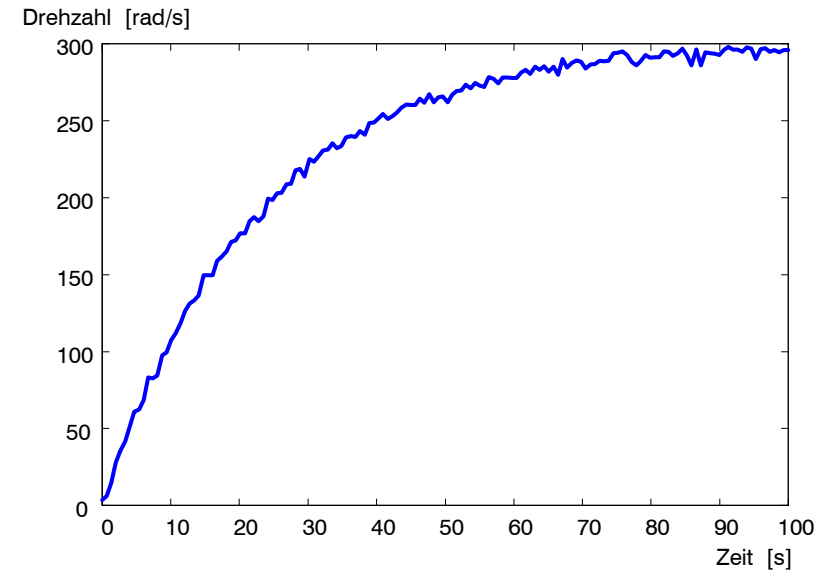


Bild 1.7: Sprungantwort

Das Antriebsdrehmoment beträgt $M = 6 \text{ Nm}$. Wie groß sind

- Reibkoeffizient c_R ?
- Trägheitsmoment Θ ?
- Wie groß ist die stationäre Drehzahl (für $t \rightarrow \infty$) in [U/min]?

Bestimmen Sie die Parameter grafisch aus dem Diagramm 1.7.

3 Leistung und Energie in mechanischen Systemen

Wird eine Masse in Bewegung versetzt, so erhält sie eine kinetische Energie. Elektrische Antriebe wandeln elektrische Energie in mechanische Energie um. Die Energiebilanz kann aus der Bewegungsgleichung

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = M - M_L \quad (1.21)$$

hergeleitet werden, wobei M das antreibende Moment und M_L das sogenannte Lastmoment (bremsendes Moment) ist. Das Lastmoment entsteht durch die Arbeit, die eine Maschine verrichtet und natürlich auch durch Reibung. Die mechanische Leistung ist

das Produkt aus Drehmoment mal Winkelgeschwindigkeit ω . Multipliziert man (1.21) mit ω , so folgt

$$\omega \Theta \frac{d\omega}{dt} = \omega M - \omega M_L \quad (1.22)$$

bzw.

$$\omega M = \omega M_L + \omega \Theta \frac{d\omega}{dt} \quad (1.23)$$

gesamt mechanische Leistung P_{mech} mechanische Leistung P_L an der Last Beschleunigungsleistung P_{kin}

Das Integral der Leistung ist die Energie

$$\int_0^t P(\tau) d\tau = W. \quad (1.24)$$

Integriert man (1.23) so folgt als Energiebilanz

$$W_{mech} = \int_0^t P_{mech} d\tau = \int_0^t P_L d\tau + \int_0^t \Theta \omega \frac{d\omega}{dt} dt = W_L + \Theta \int_0^\omega \omega' d\omega' \quad (1.25)$$

Die Integration nach ω führt auf

$$W_{mech} = W_L + \frac{1}{2} \Theta \omega^2. \quad (1.26)$$

Der letzte Term ist die in der Mechanik gespeicherte

kinetische Energie: $W_{kin} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2.$

Die Energiebilanz kann man auch grafisch darstellen.

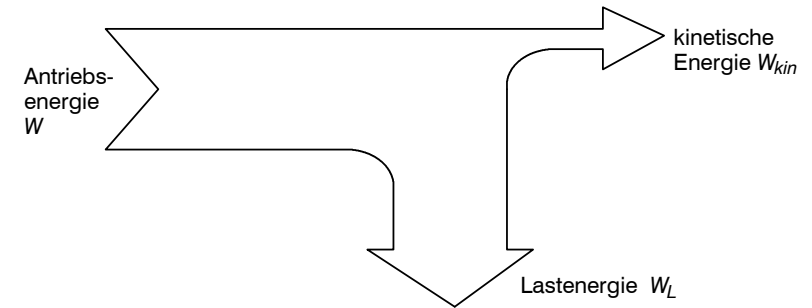


Bild 1.8: Energiebilanz bei einem elektrischen Antrieb mit mechanischer Last

4 Getriebe in Antriebssystemen

Ein häufiges mechanisches Bauelement in Antriebssystemen ist das Getriebe. Die mechanische Leistung ist das Produkt aus Drehmoment und Drehzahl

$$P_{mech} = M\omega. \quad (1.27)$$

Aus Kostengründen passt man den Antrieb an den Leistungsbedarf der Last an. Es ist jedoch möglich, dass sehr hohe Drehmomente und nur kleine Drehzahlen benötigt werden (z.B. Aufzugsantrieb). In diesem Fall kann ein Motor zwar die benötigte Leistung aufbringen, jedoch nicht das benötigte Drehmoment. Man setzt Getriebe ein, die bei

$$P_{mech} \approx const. \quad (1.28)$$

eine Anpassung an die benötigte Drehzahl oder das benötigte Drehmoment ermöglicht. Getriebe gestatten also einen beliebigen Austausch von Drehzahl gegen Drehmoment bei nahezu konstanter Leistung.



Bild 1.9: Spiralkegelgetriebe (Tandler, Bremen)

Das Getriebe in Bild 1.9 “übersetzt” die Drehzahl (Welle vorn) um den Faktor 7,5 ... 35 (Ausgangswelle an der Seite). Das Getriebe lässt sich vereinfacht als einstufiges Getriebe darstellen

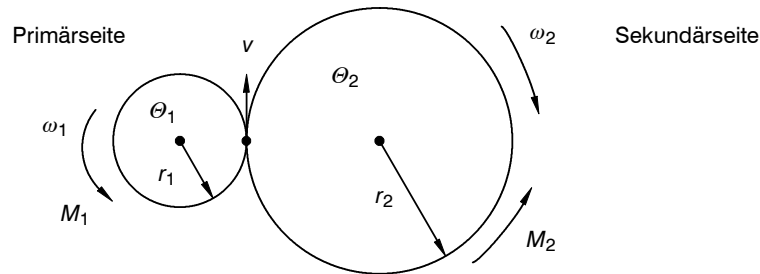


Bild 1.10: Prinzip eines einstufigen Getriebes

An den Berührungspunkt herrscht die gleiche Umfangsgeschwindigkeit v .

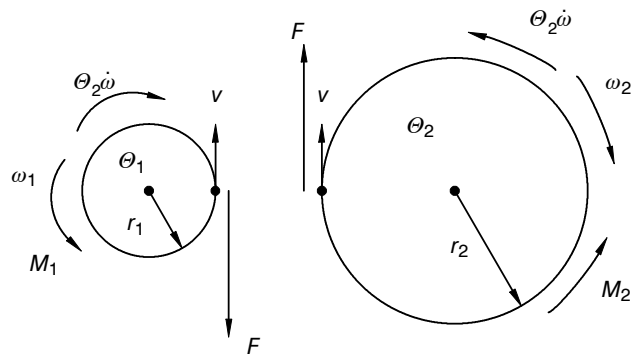


Bild 1.11: Kräfte und Drehmomenten an den Ein- und Ausgängen des Getriebes

An den Getrieberädern wirkt im Berührungspunkt die Kraft F , die – wie in Bild 1.11 gezeichnet – das Trägheitsmoment Θ_1 abbremst und gleichzeitig das Trägheitsmoment Θ_2 beschleunigt. Da die Umfangsgeschwindigkeit v für beide Räder gleich ist, gilt

$$v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (1.29)$$

Die Drehzahlen werden also mit dem umgekehrten Verhältnis der Radien übersetzt. Der Faktor wird als Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (1.30)$$

bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen für die beiden Trägheitsmomente lauten

$$\Theta_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - Fr_1, \quad \Theta_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -M_2 + Fr_2. \quad (1.31)$$

Wir können nun beide Gleichungen nach F auflösen und gleichsetzen

$$F = \frac{M_1}{r_1} - \frac{\Theta_1}{r_1} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_2}{r_2} + \frac{\Theta_2}{r_2} \frac{d\omega_2}{dt}. \quad (1.32)$$

Die Drehzahl ω_2 kann durch $\omega_2 = \frac{r_1}{r_2} \omega_1$ ersetzt werden

$$\frac{M_1}{r_1} - \frac{\Theta_1}{r_1} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_2}{r_2} + \frac{\Theta_2 r_1}{r_2 r_2} \frac{d\omega_1}{dt}. \quad (1.33)$$

Die Multiplikation von (1.33) mit r_1 und Zusammenfassen liefert

$$\left[\Theta_1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Theta_2 \right] \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - \frac{r_1}{r_2} M_2. \quad (1.34)$$

Mit der Übersetzung \ddot{u} geschrieben, lautet (1.34)

$$\left(\Theta_1 + \ddot{u}^2 \Theta_2 \right) \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - \ddot{u} M_2. \quad (1.35)$$

Das Trägheitsmoment wird mit \ddot{u}^2 auf die Primärseite transformiert. Das Drehmoment der Sekundärseite erscheint mit dem Faktor \ddot{u} auf der Primärseite. Bei dem Getriebe nach Bild 1.9 ist $\ddot{u} < 1$. Das Lastmoment der Sekundärseite erscheint auf der Antriebsseite also verkleinert bzw. auf der Lastseite steht ein größeres Drehmoment zur Verfügung, als der Antrieb auf der Primärseite abgeben kann.

5 Übung: Berechnung des motorseitigen Trägheitsmomentes sowie des notwendigen Drehmomentes eines Antriebs

Für den Aufzug gemäß Bild 1.12 soll ein Antrieb ausgewählt werden.

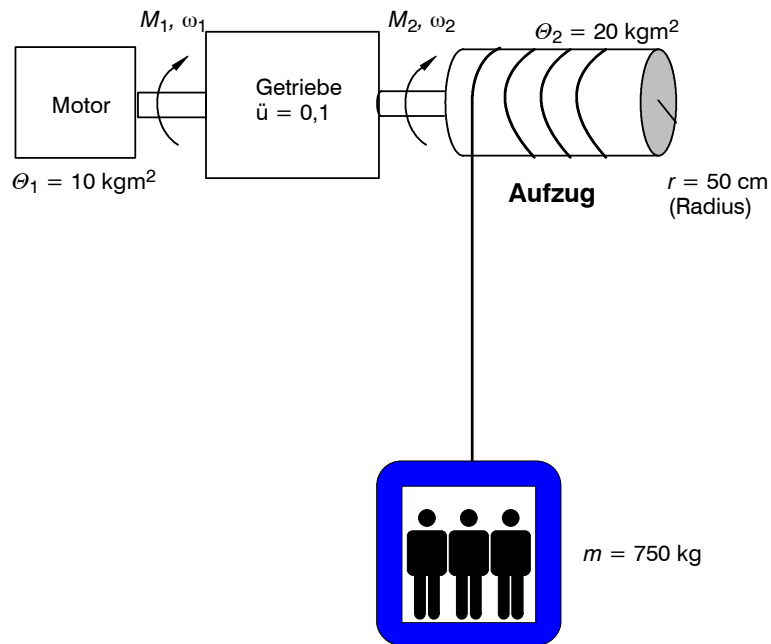


Bild 1.12: Antriebssystem für einen Personenaufzug

- a) Wie groß ist das Trägheitsmoment auf der Lastseite?
- b) Berechnen Sie das Gesamtträgheitsmoment θ_{Gesamt} (von der Motorseite aus betrachtet).
- c) Wie groß muss das Drehmoment des Motors sein, damit der Aufzug bei voller Beladung nicht nach unten stürzt?

6 Betriebspunkte von Antriebssystemen

Allgemein gilt die Bewegungsgleichung

$$\theta \frac{d\omega}{dt} = M_A(\omega, t) - M_L(\omega, t). \tag{1.36}$$

Antriebsmoment M_A und Lastmoment M_L können dabei Funktionen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t sein. Im stationären Zustand ($t \rightarrow \infty$) ist die Drehzahl konstant, d.h. es gilt

$$\theta \frac{d\omega}{dt} = 0 \tag{1.37}$$

bzw.

$$M_A = M_L. \tag{1.38}$$

Den Zustand $M_A = M_L$ nennt man *Arbeitspunkt*.

Bei nichtlinearen Funktionen kann die Bestimmung des Arbeitspunktes gewöhnlich nur grafisch oder numerisch erfolgen.

6.1 Antriebskennlinien

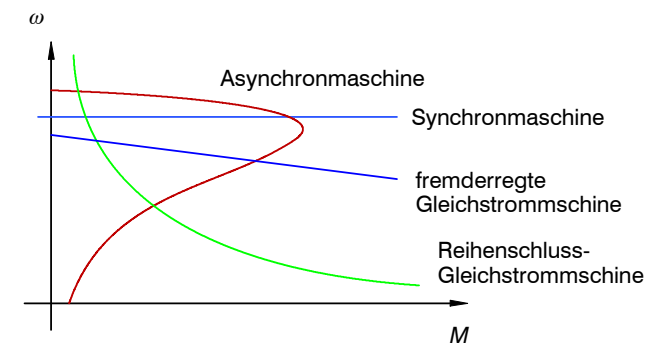


Bild 1.13: Kennlinien gebräuchlicher Maschinen

(Mögliche) Arbeitspunkte = Schnittpunkte von Antriebs- und Lastkennlinie

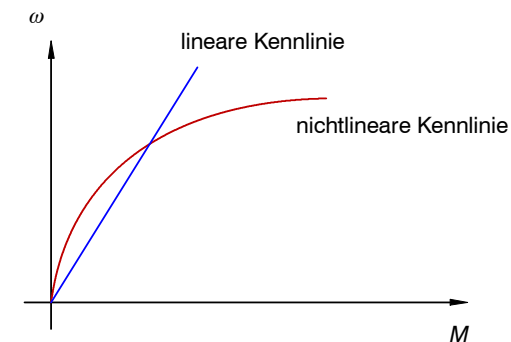


Bild 1.14: Last-Kennlinien

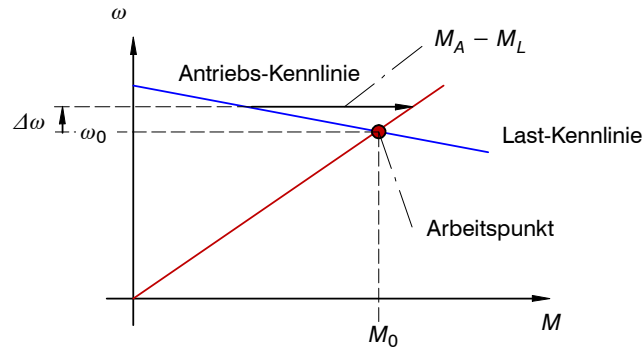


Bild 1.15: Beispiel für einen stabilen Arbeitspunkt

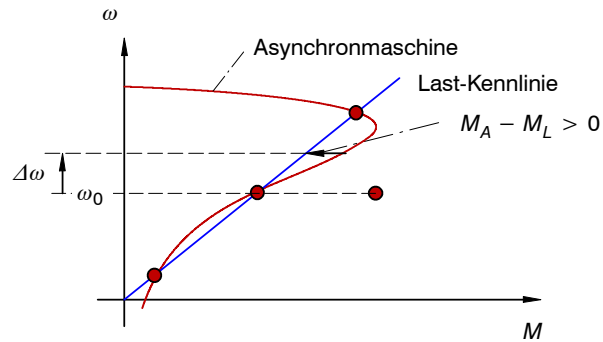


Bild 1.16: Schnittpunkte mit der Kennlinie der Asynchronmaschine

Der mittlere Arbeitspunkt ist *instabil*. Bei einer Erhöhung der Drehzahl um $\Delta\omega$ ist die Drehmomentdifferenz $\Delta M = M_A - M_L$ positiv, d.h. die Drehzahl steigt an (bis zum oberen Arbeitspunkt). In entgegengesetzter Richtung fällt die Drehzahl bis zum unteren Arbeitspunkt.

6.2 Allgemeiner Test auf Stabilität durch Linearisierung im Arbeitspunkt

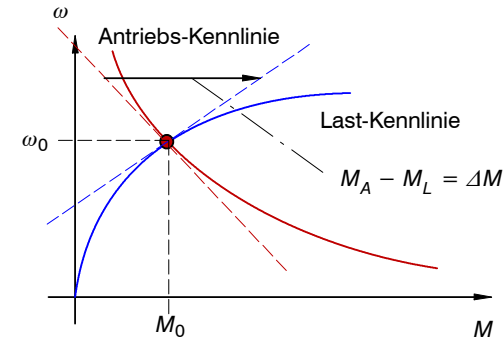


Bild 1.17: Last-Kennlinien

(Kleine) Abweichungen vom Arbeitspunkt

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega . \tag{1.39}$$

Bewegungsgleichung in $\Delta\omega$

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = \Theta \frac{d}{dt}(\omega_0 + \Delta\omega) = \Theta \frac{d\omega_0}{dt} + \Theta \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Theta \frac{d\Delta\omega}{dt} = M_A - M_L . \tag{1.40}$$

In der Umgebung des Arbeitspunktes gilt

$$\begin{aligned} \Theta \frac{d\Delta\omega}{dt} &\approx \left. \frac{dM_A}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Delta\omega - \left. \frac{dM_L}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Delta\omega \\ &= \left(\left. \frac{dM_A}{d\omega} \right|_{\omega_0} - \left. \frac{dM_L}{d\omega} \right|_{\omega_0} \right) \Delta\omega = k \Delta\omega . \end{aligned} \tag{1.41}$$

Die Stabilität hängt von Vorzeichen von k ab:

$k < 0$ = Stabilität

$k = 0$ = Grenzfall (kein fester Arbeitspunkt)

$k > 0$ = Instabilität (Arbeitspunkt wird in beide Richtungen verlassen)

7 Freiheitsgrade eines mechanischen Systems

Die Freiheitsgrade eines mechanischen Systems sind Zustandsgrößen, da Sie über den augenblicklichen Zustand entscheiden. Die Freiheitsgrade sind alle Positionen und alle Winkel, in die sich ein mechanisches System ausdehnen kann.

Auch die Ableitung (Geschwindigkeiten, Winkelgeschwindigkeiten) sind Zustandsgrößen. Mit ihnen ist eine kinetische Energie verknüpft.

Beispiel 1: Elektrische Maschine. Es besteht nur ein Freiheitsgrad (Winkel ε). Die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.42)$$

ist ebenfalls eine Zustandsgröße. Beispiel 2: Ein Körper im Weltraum. Es bestehen keine mechanischen Einschränkungen der Bewegung. Folglich hat ein Körper im Weltraum die maximal mögliche Anzahl an Freiheitsgraden (6): drei translatorische Bewegungen (x, y, z) sowie drei rotatorische Freiheitsgrade (nicken, wanken und rollen).

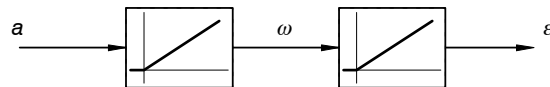


Bild 1.18: Blockschaltbild für ein System mit einem Freiheitsgrad

Winkel sind bedeutsam beispielsweise für Roboter und Werkzeugmaschinen. Die Güte einer Winkelregelung bestimmt die *Positioniergenauigkeit*. Die Winkelgeschwindigkeit bestimmt die Zeit für einen Positioniervorgang.

7.1 Kinetische Diagramme / Zustandsdiagramme

Kinetische Diagramme:

a über t bzw. a über t
 v über t bzw. ω über t
 x über t bzw. ε über t

Zustandsdiagramme:

v über s bzw. ω über ε

7.1.1 Zeitoptimale Positionierung

Eine zeitoptimale Positionierung ist ein Verfahrensvorgang in kürzester Zeit. Dabei wird jeweils mit der maximalen Beschleunigung a verfahren. Man beschleunigt einen Antrieb

mit maximaler Beschleunigung (maximale Kraft bzw. maximales Drehmoment) bis zur Hälfte der Wegstrecke. Danach wird mit maximaler Bremsbeschleunigung abgebremst. Zu Beginn und am Ende der Verfahrensvorgang ist dann jeweils die Geschwindigkeit wieder null.

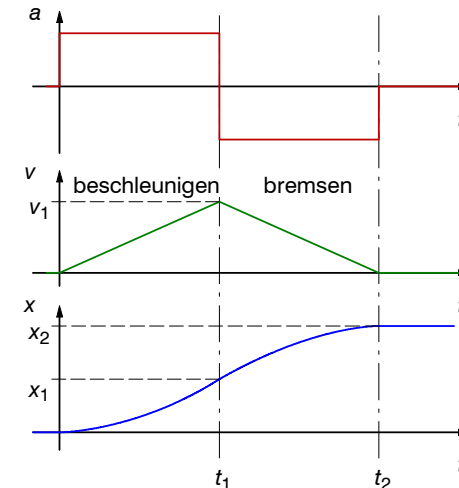


Bild 1.19: Zeitoptimaler Positioniervorgang (Steuerung)

Für $0 \leq t < t_1$ gilt

$$a = +a_{\max}, \quad v = \int_0^t a d\tau = at, \quad x = \int_0^t v d\tau = \frac{1}{2}at^2. \quad (1.43)$$

Für $0 \leq t < t_1$ erhält man

$$a = -a_{\max}, \quad v = \int_{t_1}^t a d\tau + v_1, \quad x = \int_{t_1}^t v d\tau + x_1. \quad (1.44)$$

Es folgt für

$$v = -a_{\max}(t - t_1) + v_1 \quad (1.45)$$

sowie für

$$x = -\frac{1}{2}a_{\max}(t - t_1)^2 + x_1. \quad (1.46)$$

Die Zeit für den gesamten Verfahrensvorgang beträgt

$$t_2 = 2t_1 = 2\sqrt{\frac{2x_1}{a}} = 2\sqrt{\frac{x_2}{a}}. \quad (1.47)$$

7.1.2 Zeitoptimale Positionierung mit begrenzter Geschwindigkeit

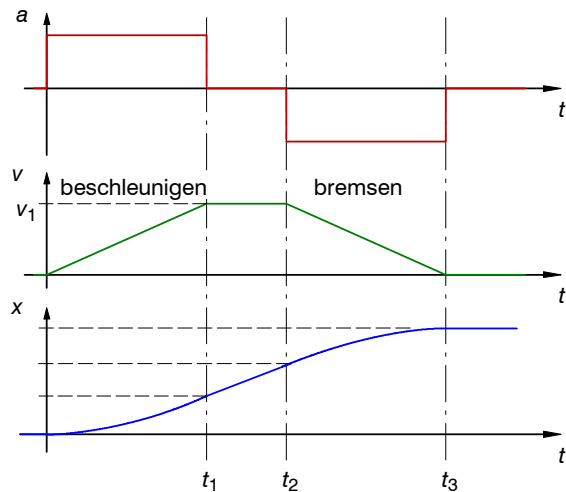


Bild 1.20: Zeitoptimaler Positioniervorgang mit Geschwindigkeitsbeschränkung

Für Aufzüge, Fahrzeuge etc. verwendet man stetige Verläufe der Beschleunigung, d.h. der sogenannte Ruck

$$\frac{da}{dt} = r < \infty \quad (1.48)$$

ist beschränkt.

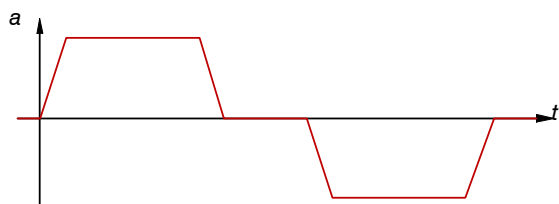


Bild 1.21: Zeitoptimaler Positioniervorgang mit Ruckbegrenzung

Geschwindigkeit und Position folgen durch Integration bzw. zweifacher Integration aus der Beschleunigung.

7.1.3 Realisierung einer zeitoptimalen Positionierung

Die Steuerung wird fast immer mit einer Regelung kombiniert, da sich das reale System nicht wie das idealisierte Prozessmodell verhält, auf dem die Berechnung der zeitoptimalen Trajektorien beruht. Eine mögliche Struktur zeigt Bild 1.22.

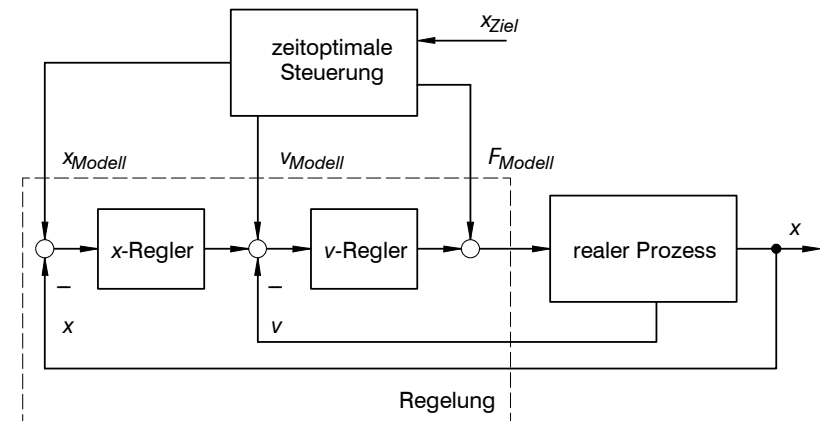


Bild 1.22: Struktur einer zeitoptimalen Steuerung/Regelung

8 Aufgabe: Zeitoptimale Steuerung

Berechnen Sie die Umschaltunkte für eine zeitoptimale Regelung bei jeweils maximalen Beschleunigungen bzw. maximalen Geschwindigkeiten. Die Daten seien:

- $F_{max} = 12 \text{ N}$
- $m = 1 \text{ kg}$
- $v_{max} = 10 \text{ m/s}$
- $x_2 = 10 \text{ m}$ (Verfahrweg)

Die Ergebnisse können durch Eingabe der Schaltzeitpunkt an folgender Simulation überprüft werden.

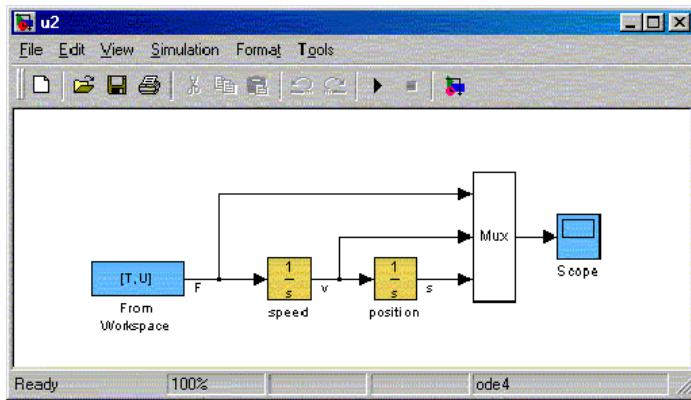


Bild 1.23: Simulation der Positionssteuerung

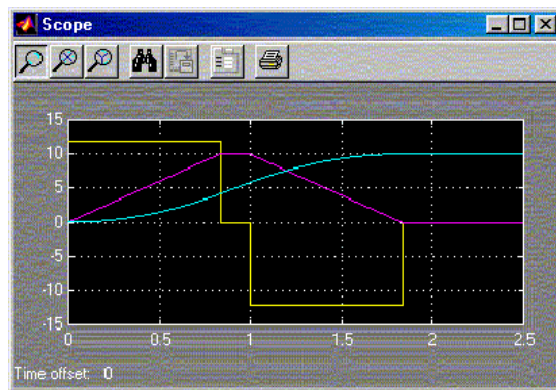


Bild 1.24: Ergebnis der zeitoptimalen Positionssteuerung

8.1 Zustandsdiagramme

In einem Zustandsdiagramm werden Zustandsgrößen gegeneinander aufgetragen. Diese Darstellung wird bei der Auslegung von Reglern verwendet.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \tag{1.49}$$

In der Darstellung

$$a = v \frac{dv}{dx} \tag{1.50}$$

ist die Zeit nicht mehr explizit enthalten. Durch Trennung der Integrationsvariablen und Integration auf beiden Seiten erhält man

$$\int v \, dv = \int a \, dx + C_1 \tag{1.51}$$

Die Integration ergibt

$$\frac{1}{2}v^2 = ax + C_1 \tag{1.52}$$

Auflösung nach x ergibt

$$x = \frac{v^2}{2a} + \frac{C_1}{a} = \frac{v^2}{2a} + C_2 \tag{1.53}$$

Dies sind nach links oder rechts geöffnete Parabeln, die um C_2 verschoben sind.

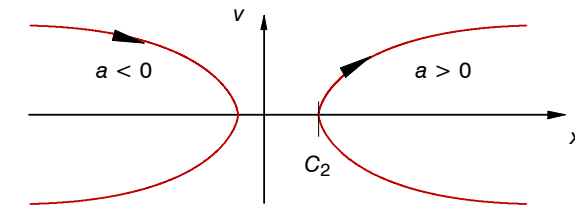


Bild 1.25: Zustandskurven

Die Bewegung erfolgt dabei immer “rechts herum”, da bei positiver Geschwindigkeit der Weg x stets zunimmt bzw. bei negativer Geschwindigkeit der Weg immer abnimmt.

Ein zeitoptimaler Verstellvorgang setzt sich im Zustandsdiagramm aus Parabelbögen zusammen.

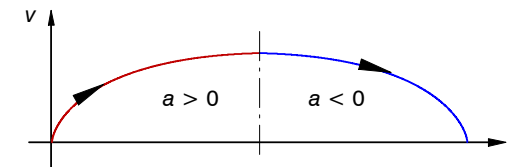


Bild 1.26: Zeitoptimaler Verstellvorgang im Zustandsdiagramm

9 Elastisch gekoppelte Last

Wenn Antrieb und Last über größere Entfernungen gekoppelt sind, kann oft der Antriebsstrang nicht mehr als starr angesehen werden (z.B. Antriebswelle zwischen Motor

und Last, Auszugsseil usw.). Ein elastische Verbindung zwischen Antrieb und Last kann mit Hilfe einer Feder modelliert werden.

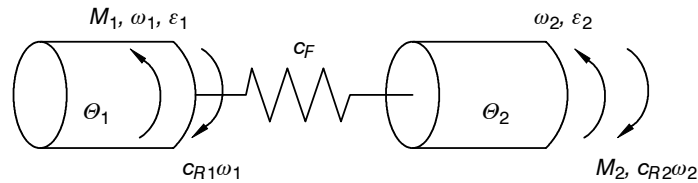


Bild 1.27: Modell einer elastischen Kopplung von Antrieb und Last

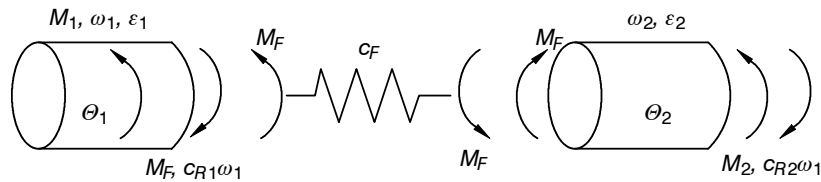


Bild 1.28: Kräfte an den mechanischen Elementen

Die Freiheitsgrade sind hier ϵ_1 und ϵ_2 , da beide Winkel nicht fest mechanisch gekoppelt sind, d.h. unabhängige Bewegungen ausführen können. Weiter Zustandsgrößen sind natürlich die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 . Die sogenannten Zustandsgleichungen (Differentialgleichungen) lauten

$$\Theta_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - c_{R1}\omega_1 - M_F, \quad (1.54)$$

$$\Theta_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -M_2 - c_{R2}\omega_2 + M_F, \quad (1.55)$$

$$\frac{d\epsilon_1}{dt} = \omega_1, \quad (1.56)$$

$$\frac{d\epsilon_2}{dt} = \omega_2. \quad (1.57)$$

Das Drehmoment der (linearen) Feder ist proportional zum Verdrehwinkel

$$M_F = c_F(\epsilon_1 - \epsilon_2) = c_F \Delta\epsilon. \quad (1.58)$$

Ersetzt man M_F in (1.54) und (1.55), so erhält man

$$\Theta_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - c_{R1}\omega_1 - c_F(\epsilon_1 - \epsilon_2), \quad (1.59)$$

$$\Theta_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -M_2 - c_{R2}\omega_2 + c_F(\epsilon_1 - \epsilon_2). \quad (1.60)$$

Daraus lässt sich folgendes Blockschaltbild entwickeln.

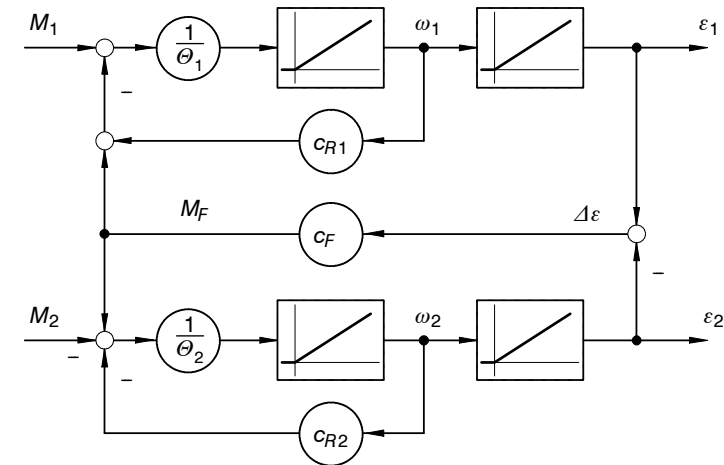


Bild 1.29: Blockschaltbild für elastisch gekoppelte Last

10 Übertragungsfunktion und Analyse im Frequenzbereich

Jedes mechanische System mit N Freiheitsgraden besitzt $2N$ Zustandsgrößen (N Positionen bzw. Winkel und N Geschwindigkeiten bzw. Winkelgeschwindigkeiten). Man sagt, dass die Ordnung des Systems $2N$ beträgt (Anzahl der Zustandsgrößen). Sofern das System linear ist (die Eigenschaften des Systems hängen nicht von der *Amplitude* der Signale ab), existiert auch eine *Übertragungsfunktion*, die ebenfalls das Übertragungsverhalten beschreibt. Die *unabhängige Variable* ist nun nicht die Zeit t , sondern die Frequenzvariable $s = \sigma + j\omega$. Für regelungstechnische Zwecke (Analyse des Prozesses, Entwurf von Reglern) ist die Darstellung des Übertragungsverhaltens als Übertragungsfunktion $G(s)$ häufig günstiger.

Im Gegensatz zur Zustandsdarstellung (im Zeitbereich) wird die Übertragungsfunktion (im Frequenzbereich) immer minimal geschrieben, d.h. die Ordnung ist nur so groß, wie sie zur Beschreibung des Verhalten benötigt wird. Dies wird später am Beispiel der elastisch gekoppelten Massen erläutert.

Übertragungsfunktionen beschreiben das Verhalten für sinusförmige Signale. In der Praxis treten sinusförmige Signale selten auf, jedoch kann (fast) jedes beliebige Signal als Summe

von Sinus- und Kosinus-Signalen dargestellt werden (Fourier- bzw. Laplace-Transformation). Es genügt deshalb zur Beschreibung des Verhaltens eines System das Verhalten bei Sinusanregung zu kennen.

Man gelangt vom Blockschaltbild zur Übertragungsfunktion, indem man die Integratoren durch den Term $\frac{1}{s}$ ersetzt. Dieser Term ist die Übertragungsfunktion des Integrators.

10.1 Normierung

Im Zusammenhang mit Regelungen verwendet man häufig Normierungen auf Nenn- oder Maximalwerte. Dies erleichtert den Entwurf und die Implementierung von Regelungen. Alle Signale und Koeffizienten werden dadurch dimensionslos.

Die Normierung der DGL aus Abschnitt 1.1 mit den Größen ω_0 und M_0 liefert

$$\omega_0 \Theta \frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{dt} + \omega_0 c_R \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = M_0 \frac{M}{M_0}. \quad (1.61)$$

Nach Division durch $\omega_0 c_R$ und Neudefinition von $\omega := \frac{\omega}{\omega_0}$ sowie $M := \frac{M}{M_0}$ erhält man

$$\frac{\Theta}{c_R} \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{M_0}{c_R \omega_0} M. \quad (1.62)$$

Da nun ω und M dimensionslos sind, muss der Term Θ/c_R die Dimension einer Zeit haben (aufgrund der Ableitung)

$$\left[\frac{\Theta}{c_R} \right] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{Nms}} = \frac{\text{kgm}^2}{\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}} = \text{s}. \quad (1.63)$$

Dies ist die mechanische Zeitkonstante T_m . Die ist die Zeit, nach der die Drehzahl den Wert $1 - e^{-1} = 63,21\%$ bezogen auf die Normierungsdrehzahl bei Normierungsdrehmoment erreicht hat. Mit der Abkürzung $V_m = \frac{M_0}{c_R \omega_0}$ erhält man

$$T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = V_m M. \quad (1.64)$$

V_m hat dabei die Bedeutung einer Verstärkung. Die entsprechende Darstellung als Blockschaltbild zeigt Bild 1.30.

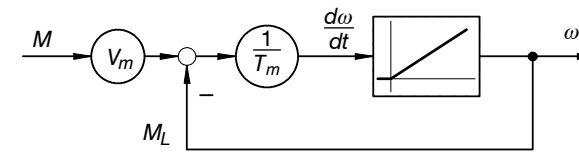


Bild 1.30: Blockschaltbild mit normierten Größen für das mechanisches System aus Bild 1.2

10.2 Bestimmung der Übertragungsfunktion aus der normierten Darstellung

Die Übertragungsfunktion lässt sich aus Bild 1.30 ableiten, wenn der Integrator durch $\frac{1}{s}$ ersetzt wird.

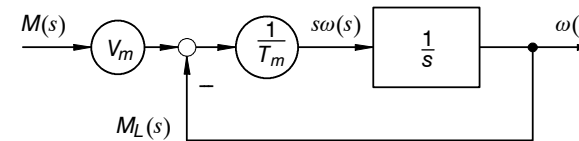


Bild 1.31: Blockschaltbild im Frequenzbereich

Unter Weglassung des Arguments (s) erhält man

$$s\omega = \frac{1}{T_m} (V_m M - \omega) \quad (1.65)$$

bzw.

$$T_m s\omega + \omega = V_m M. \quad (1.66)$$

Damit lautet der Zusammenhang zwischen M (Eingangsgröße) und ω (Ausgangsgröße)

$$\omega = \frac{V_m}{T_m s + 1} M. \quad (1.67)$$

Dabei ist

$$G(s) = \frac{V_m}{T_m s + 1} \quad (1.68)$$

die Übertragungsfunktion von $M(s)$ nach $\omega(s)$.

10.3 Bestimmung der Übertragungsfunktion für elastisch gekoppelte Last

Die Übertragungsfunktion von M_1 nach ω_1 soll bestimmt werden. Hierzu ist es sinnvoll, das System auf seine minimale Anzahl von Zustandsgrößen zu beschränken, damit die

Übertragungsfunktion ebenfalls mit minimaler Ordnung bestimmt wird. In Bild 1.29 wird die Federkraft M_F aus der Winkeldifferenz $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ erzeugt. Die Winkel entstehen jeweils durch Integration der Winkelgeschwindigkeiten. Da die Winkel nicht explizit benötigt werden, kann anstelle der Differenz der Integrale auch das Integral der Differenz gebildet werden (Bild 1.32).

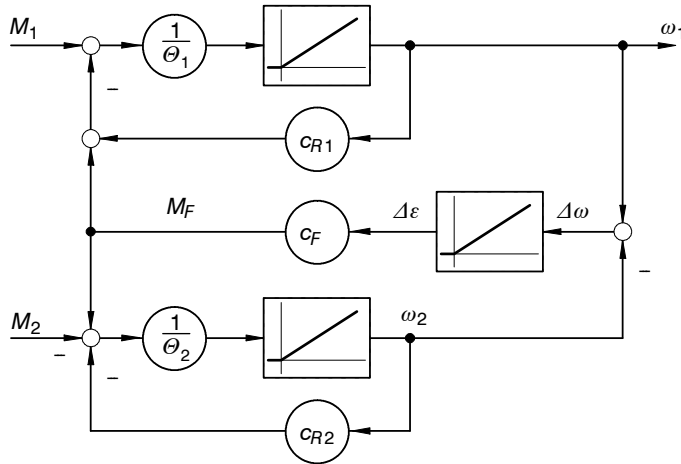


Bild 1.32: Umformung von Bild 1.29 (Minimale Anzahl von Zustandsgrößen)

Bei gleichem Übertragungsverhalten wird nun ein Integrator – d.h. eine Zustandsgröße – weniger benötigt. Die zugehörigen DGLn lauten

$$\theta_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - c_{R1}\omega_1 - c_F \Delta \epsilon, \tag{1.69}$$

$$\theta_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -M_2 - c_{R2}\omega_2 + c_F \Delta \epsilon, \tag{1.70}$$

$$\frac{d\Delta \epsilon}{dt} = \omega_1 - \omega_2. \tag{1.71}$$

Die Übertragungsfunktion von M_1 nach ω_1 kann aus dem Blockschaltbild gewonnen werden, wenn die Integratoren durch $1/s$ ersetzt werden. Der Einfluss von M_2 muss nicht mehr berücksichtigt werden. Man gelangt so zu dem Blockschaltbild in Bild 1.33.

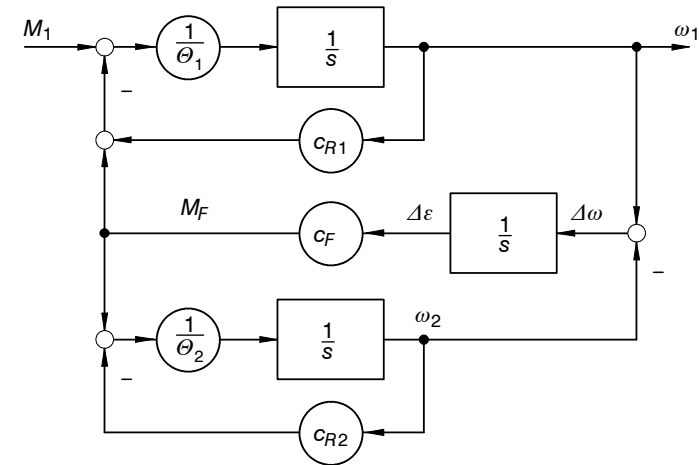


Bild 1.33: Blockschaltbild im Frequenzbereich

Die oberen und unteren Teilfunktionen fasst man zusammen

$$G_O(s) = \frac{1}{1 + \frac{c_{R1}}{\theta_1 s}} = \frac{1}{\theta_1 s + c_{R1}}, \quad G_U(s) = \frac{1}{1 + \frac{c_{R2}}{\theta_2 s}} = \frac{1}{\theta_2 s + c_{R2}} \tag{1.72}$$

und erhält damit das BSB in Bild 1.34.

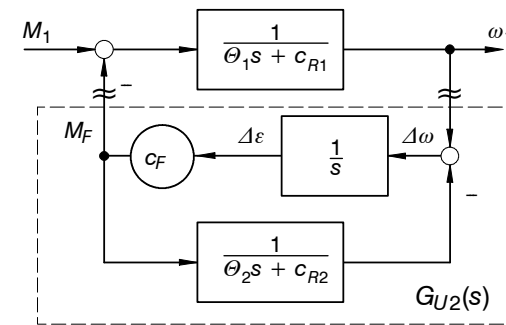


Bild 1.34: Vereinfachung durch ‘Zusammenfassung’

Nun kann der gesamte untere Teil zu einer Übertragungsfunktion zusammengefasst werden

$$G_{U2} = \frac{\frac{c_F}{s}}{1 + \frac{c_F}{s} \frac{1}{\theta_2 s + c_{R2}}} = c_F \frac{\theta_2 s + c_{R2}}{\theta_2 s^2 + c_{R2} s + c_F}. \tag{1.73}$$

Das Blockschaltbild erhält dann die folgende Form, aus der sich unmittelbar die gesamte Übertragungsfunktion bestimmen lässt.

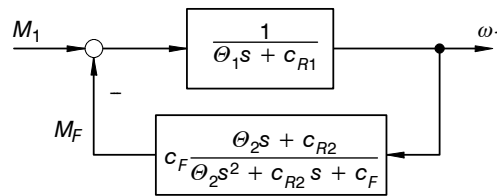


Bild 1.35: Blockschaltbild zur Bestimmung der gesamten Übertragungsfunktion

Nur kann die gesamte Übertragungsfunktion abgelesen werden

$$G_{\omega_1 M_1} = \frac{\frac{1}{\Theta_1 s + c_{R1}}}{1 + \frac{1}{\Theta_1 s + c_{R1}} \cdot \frac{\Theta_2 s + c_{R2}}{c_F \Theta_2 s^2 + c_{R2} s + c_F}} \quad (1.74)$$

$$= \frac{\Theta_2 s^2 + c_{R2} s + c_F}{(\Theta_1 s + c_{R1})(\Theta_2 s^2 + c_{R2} s + c_F) + c_F \Theta_2 s + c_F c_{R2}}$$

Diese Übertragungsfunktion ist allerdings so kompliziert, dass sie sich einer einfachen Interpretation verschließt. Eine einfache Deutung der Terme ist jedoch für den Sonderfall möglich, dass keine Reibung im System auftritt, d.h. für $c_{R1} = c_{R2} = 0$. In diesem Fall erhält man

$$G_{\omega_1 M_1} = \frac{\Theta_2 s^2 + c_F}{\Theta_1 s(\Theta_2 s^2 + c_F) + c_F \Theta_2 s} = \frac{\Theta_2 s^2 + c_F}{s(\Theta_1 \Theta_2 s^2 + \Theta_1 c_F + \Theta_2 c_F)} \quad (1.75)$$

$$= \frac{1}{s} \frac{\Theta_2 s^2 + c_F}{\Theta_1 \Theta_2 s^2 + c_F(\Theta_1 + \Theta_2)}$$

Das System besitzt ein komplexes Nullstellenpaar bei

$$z_{1/2} = \pm j \sqrt{\frac{c_F}{\Theta_2}} \quad (1.76)$$

sowie Pole bei

$$p_1 = 0, \quad p_{2/3} = \pm j \sqrt{c_F \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Theta_1 \Theta_2}} \quad (1.77)$$

Der Betrag der komplexen Pole ist größer als der der Nullstellen

$$\frac{p_2}{z_1} = \sqrt{\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Theta_1}} \quad (1.78)$$

Die Reibung führt dazu, dass die Nullstellen von der imaginären Achsen in die linke Halbebene wandern. Das Bode-Diagramm 1.36 zeigt das Verhalten im Frequenzbereich. Die Parameter sind $\Theta_1 = \Theta_2 = 1$, $c_F = 1$.

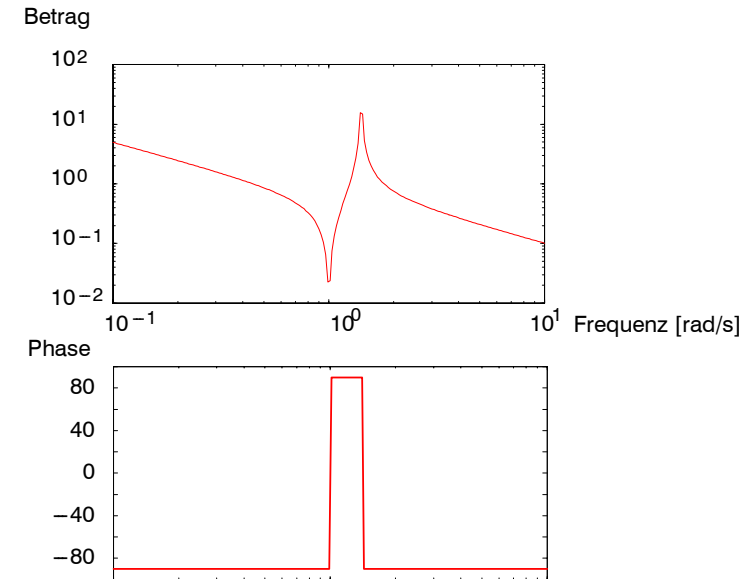


Bild 1.36: Bode-Diagramm für (1.75)

Eine Anregung M_1 mit der Frequenz der komplexen Nullstelle

$$\omega_z = \sqrt{\frac{c_F}{\Theta_2}} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1.79)$$

wird wirkt sich also nicht auf die Drehzahl ω_1 aus. Besitzt das Drehmoment M_1 dagegen die Frequenz des konjugiert komplexen Polpaars bewirkt dies eine unendliche Amplitude der Drehzahl. Die Frequenz

$$\omega_p = \sqrt{c_F \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Theta_1 \Theta_2}} = \sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1.4142 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1.80)$$

nennt man *Resonanzfrequenz*. Sie ist geringfügig höher als die Frequenz der Nullstellen.

10.4 Übung: Nachweis der Wirkung von Nullstellen und Polen in der Simulation

In der folgenden Simulation soll die physikalische Bedeutung von Nullstellen und Polen untersucht werden.

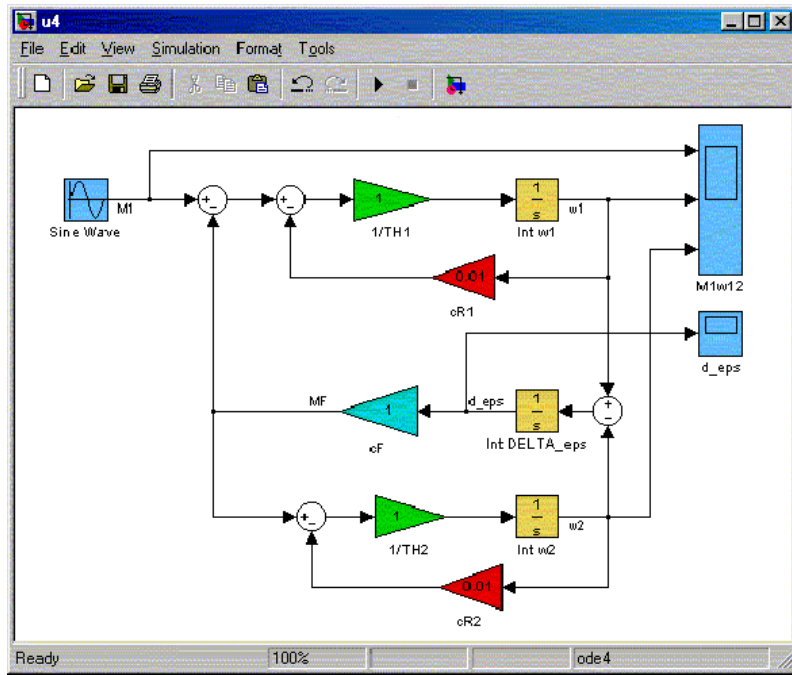


Bild 1.37: Matlab/Simulink-Modell der elastisch gekoppelten Last

- Regen Sie das System mit den Frequenzen der Nullstellen und der der Pole an. Untersuchen Sie das Amplituden und Phasenverhalten.
- Verändern Sie den Parameter c_F und rechnen Sie die Pole und Nullstellen aus. Überprüfen Sie durch Simulation Ihre Berechnungen.

10.5 Normierung des mechanischen Systems

Eine Normierung der DGLn des Prozesses erleichtert den Reglerentwurf und die Implementierung z.B. auf Mikrocontrollern und DSPs mit Festkommaarithmetik. Normierungsgrößen seien die Maximalwerte (bzw. Nennwerte) ω_0 , M_0 , ϵ_0 . Damit erhält man

$$\omega_0 \Theta_1 \frac{d(\frac{\omega_1}{\omega_0})}{dt} = M_0 \left(\frac{M_1}{M_0} \right) - \omega_0 c_{R1} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right) - \epsilon_0 c_F \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0} \right), \quad (1.81)$$

$$\omega_0 \Theta_2 \frac{d(\frac{\omega_2}{\omega_0})}{dt} = -M_0 \left(\frac{M_2}{M_0} \right) - \omega_0 c_{R2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} \right) + \epsilon_0 c_F \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0} \right), \quad (1.82)$$

$$\epsilon_0 \frac{d(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0})}{dt} = \omega_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right) - \omega_0 \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} \right). \quad (1.83)$$

Nach Divisionen und Sortieren der Gleichungen folgt

$$\frac{\Theta_1}{c_{R1}} \frac{d(\frac{\omega_1}{\omega_0})}{dt} + \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right) = \frac{M_0}{\omega_0 c_{R1}} \left(\frac{M_1}{M_0} \right) - \frac{\epsilon_0 c_F}{\omega_0 c_{R1}} \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0} \right), \quad (1.84)$$

$$\frac{\Theta_2}{c_{R2}} \frac{d(\frac{\omega_2}{\omega_0})}{dt} + \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} \right) = -\frac{M_0}{\omega_0 c_{R2}} \left(\frac{M_2}{M_0} \right) + \frac{\epsilon_0 c_F}{\omega_0 c_{R2}} \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0} \right), \quad (1.85)$$

$$\frac{\epsilon_0}{\omega_0} \frac{d(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0})}{dt} = \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_2}{\omega_0}. \quad (1.86)$$

Mit den Abkürzungen

$$T_{m1} = \frac{\Theta_1}{c_{R1}}, \quad V_1 = \frac{M_0}{\omega_0 c_{R1}}, \quad c_{F1} = \frac{\epsilon_0 c_F}{\omega_0 c_{R1}}, \quad (1.87)$$

$$T_{m2} = \frac{\Theta_2}{c_{R2}}, \quad V_2 = \frac{M_0}{\omega_0 c_{R2}}, \quad c_{F2} = \frac{\epsilon_0 c_F}{\omega_0 c_{R2}}, \quad (1.88)$$

$$T_\epsilon = \frac{\epsilon_0}{\omega_0} \quad (1.89)$$

und den Neudefinitionen

$$\omega_1 := \frac{\omega_1}{\omega_0}, \quad \omega_2 := \frac{\omega_2}{\omega_0}, \quad \Delta \epsilon := \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_0} \quad (1.90)$$

folgen die sehr übersichtlichen DGLn

$$T_{m1} \frac{d\omega_1}{dt} + \omega_1 = V_1 M_1 - c_{F1} \Delta \epsilon, \quad (1.91)$$

$$T_{m2} \frac{d\omega_2}{dt} + \omega_2 = -V_2 M_2 + c_{F2} \Delta \epsilon, \quad (1.92)$$

$$T_\epsilon \frac{d\Delta \epsilon}{dt} = \omega_1 - \omega_2. \quad (1.93)$$

Es ist üblich, in Blockschaltbildern die Zeitkonstanten in die Integratoren zu schreiben. Mit dieser Konvention erhält man folgendes Blockschaltbild.

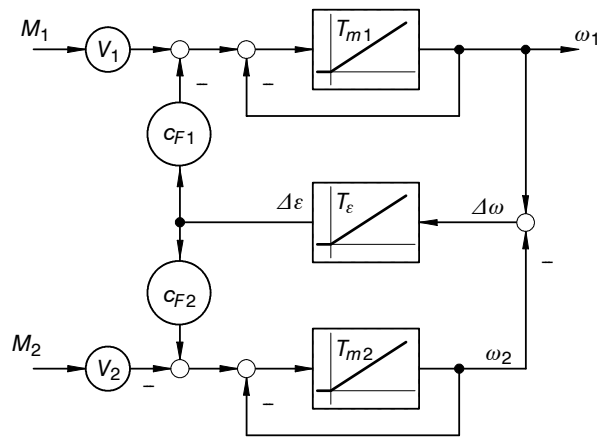


Bild 1.38: Blockschaltbild mit normierten Größen

Nimmt man vereinfachend gleiche Reibkoeffizienten an, so gilt

$$V_1 = V_2 := V, \quad c_{F1} = c_{F2} := c_{F0}. \quad (1.94)$$

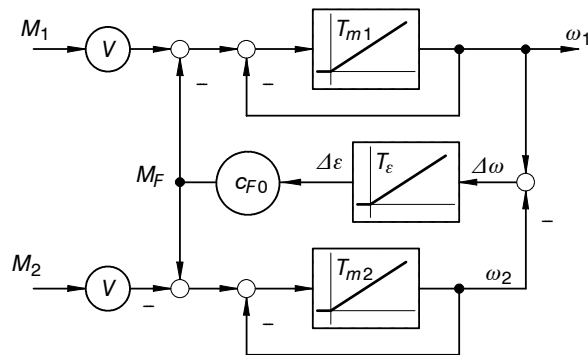


Bild 1.39: Blockschaltbild für $c_{R1} = c_{R2}$

Sofern die Normierungsgrößen Maximalwerte sind, nehmen alle Variablen nur Werte im Bereich von $-1..+1$ an. In einem Mikrocontroller mit N Bit Festkommaarithmetik würde dann beispielsweise die Drehzahl ω_{FP} intern gemäß

$$\frac{\omega_{FP}}{2^{N-1}} = \omega_1 \quad (1.95)$$

kodiert werden. Bei einem 16-Bit-Mikrocontroller würde $\omega_1 = 0.8$ damit den Wert

$$\omega_{FP} = \text{round}(\omega_1 \cdot 2^{15}) = \text{round}(0.8 \cdot 2^{15}) = 26214 \quad (1.96)$$

annehmen. Die systematische Behandlung von Festkommaarithmetik soll an dieser Stelle lediglich angedeutet werden, um die Normierung zu rechtfertigen.

11 Gleichstrommaschine (GM)

Als Regelantriebe wurden in der Vergangenheit überwiegend Gleichstrommaschinen eingesetzt, da sie eine einfache Kennlinie (Gerade) aufweisen und nur eine einphasige Ansteuerung erfordern. Nachteilig ist die bezogen auf die Baugröße geringe Leistung und der mechanische Verschleiß des mechanischen Kommutators. Aufgrund der heute zur Verfügung stehenden Mikrorechner und der modernen Leistungselektronik werden vermehrt Drehstromantriebe (Asynchron- und Synchronmaschinen) als geregelte Antriebe eingesetzt.

Das Drehmoment elektrischer Maschinen beruht auf dem Prinzip der Kraft im magnetischen Feld. Ein magnetisches System strebt stets einem Zustand minimaler magnetischer Energie an. Stromdurchflossene Leiter erzeugen ein Magnetfeld, das in Wechselwirkung mit anderen Magnetfeldern tritt, die ebenfalls von Strömen oder auch von Permanentmagneten erzeugt wird.

11.1 Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

Befindet sich ein Leiter in einem homogenen Magnetfeld, so wirkt eine Kraft

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}, \quad (2.1)$$

d.h. die Kraft ergibt aus dem Kreuzprodukt von Wegvektor und Induktionsvektor (Lorentzkraft).

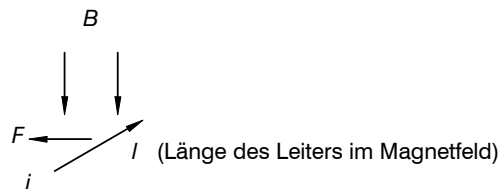


Bild 2.1: Kraftwirkung auf einen Leiter im Magnetfeld

Die Richtung der Kraft kann durch die "Rechte-Hand-Regel" bestimmt werden (Daumen = Richtung des Stromflusses, Zeigefinger = Richtung der magnetischen Induktion, Mittelfinger = Richtung der Kraft. Physikalisch kommt die Kraftwirkung nicht durch den Strom, sondern durch das durch den Strom verursachte Magnetfeld zustande. Zur Vereinfachung der Rechnung darf aber auch der Strom als Ursache für die Kraftwirkung angenommen werden.

Die Kraft steht immer senkrecht auf der durch die Stromrichtung und die magnetische Induktion gebildete Fläche. Der Betrag der Fläche ist identisch mit dem Betrag der Kraft. Rechnet man nicht mit Vektoren, sondern mit Zeigern, so lautet die Gleichung für die Kraft

$$F = iB \sin(\alpha). \quad (2.2)$$

Der Winkel α ist dabei der Winkel zwischen Stromrichtung und der Richtung der magnetischen Induktion.

11.2 Fremderregte Gleichstrommaschine

Die fremderregte GM besitzt zwei getrennte Wicklungen. Eine Wicklung befindet sich im Stator der Maschine und erzeugt das magnetische Feld. Die zweite Wicklung befindet sich im Rotor. Durch die Kraft auf die stromdurchflossenen Leiter im Rotor (bei GM auch Anker genannt) aufgrund des Magnetfeld aus dem Stator entsteht ein Drehmoment.

Damit ein konstantes Drehmoment entstehen kann, muss die Stromrichtung der Wicklung unter den Polen auch beibehalten werden, wenn sich der Anker dreht. Diese Aufgaben übernimmt der sogenannte *Kommutator*. Ein Kommutator ist ein mechanischer Gleichrichter. Über die feststehenden Bürsten wird der Ankerstrom auf diejenigen Wicklungen geschaltet, die sich unter den Polen befinden.

Das Prinzip des Kommutators ist in Bild 2.3 dargestellt. Die Ankerwicklungen sind an den Kontakten des Kommutators herausgeführt. Auch bei Drehung des Ankers bleibt die Stromrichtung im Anker ortsfest zum Stator. Hohe Ströme und hohe Drehzahlen belasten den Kommutator stark und führen zu hohem Verschleiß. Die GM ist daher i.a. nicht wartungsfrei.

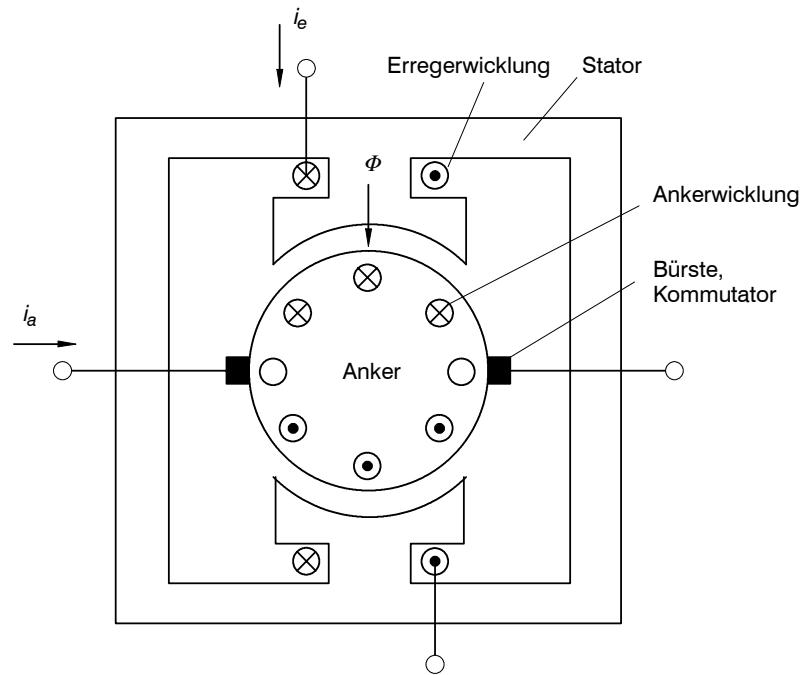


Bild 2.2: Querschnitt durch eine fremderregte GM

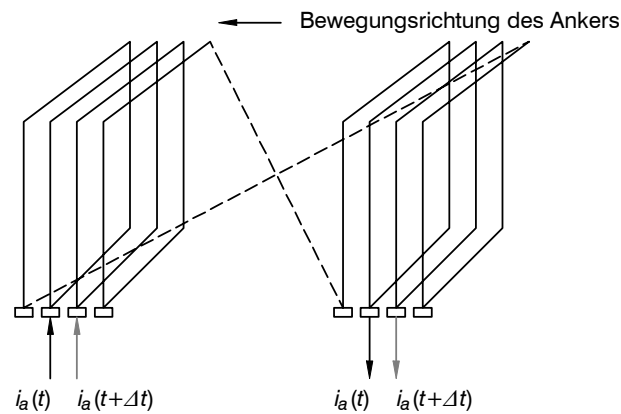


Bild 2.3: Prinzip des Kommutators (abgewinkelte Darstellung)

11.3 Induzierte Spannung in bewegtem Leiter

Bewegt sich ein Leiter im Magnetfeld, so wird eine elektrische Spannung induziert.

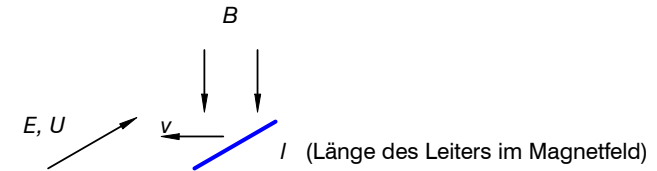


Bild 2.4: Kraftwirkung auf einen Leiter im Magnetfeld

Das Elektrische Feld berechnet sich zu

$$\vec{E} = - \vec{v} \times \vec{B} . \tag{2.3}$$

Die Feldstärke nimmt folglich die in Bild 2.4 eingezeichnete Richtung an. Die Spannung folgt aus der Feldstärke und der Länge des Leiters. Falls alle Größen senkrecht aufeinander stehen (was bei der GM aus konstruktiven Gründen der Fall ist), so lautet die Spannung (Vorzeichen gemäß Bild 2.4)

$$U = lvB . \tag{2.4}$$

11.4 Gleichungen der GM

Die Gleichungen der GM basieren im elektrischen Teil auf der Lorentzkraft und dem Induktionsgesetz. Der mechanische Teil besteht einfach aus den Bewegungsgleichungen für ein mechanisches System mit einem Freiheitsgrad (rotatorische Bewegung).

Die Wicklungen des Feldsystems und die Ankerwicklung bilden Induktivitäten, die nicht magnetisch gekoppelt sind, da die Achsen senkrecht aufeinander stehen. Für beide Wicklungen muss ein ohmscher Widerstand berücksichtigt werden.

Durch die Bewegung des Ankers entsteht bei Vorhandensein einer Induktion durch die Feldwicklung eine induzierte Spannung im Anker. Wie in der Elektrotechnik üblich, kann diese Wirkung als gesteuerte Spannungsquelle modelliert werden. Der Wert der Spannungsquelle hängt sowohl von der Drehzahl ω der Maschine als auch von Betrag und Vorzeichen der magnetischen Induktion ab.

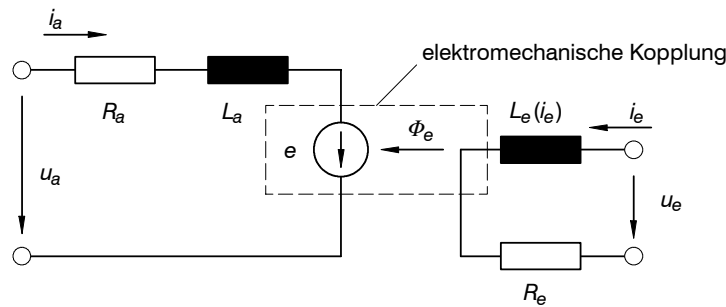


Bild 2.5: Elektrisches Ersatzschaltbild der GM

Die (fremderregte) GM besteht aus den zwei RL -Kreisen. Über den Fluss Φ_e besteht eine einseitige Kopplung des Erregerkreises auf den Ankerkreis, indem durch Bewegung des Ankers eine Spannung induziert wird.

Proportional zum Fluss Φ_e und dem Ankerstrom i_a entsteht ein Drehmoment M_A . Der mechanische Teil wird durch folgendes Bild beschrieben

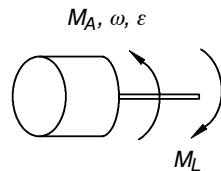


Bild 2.6: Elektrisches Ersatzschaltbild der GM

Die Gleichungen der GM folgen aus dem elektrischen und mechanischen Ersatzschaltbildern

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e, \tag{2.5}$$

$$u_e = R_e i_e + N_e \frac{d\Phi_e}{dt}, \tag{2.6}$$

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_L, \tag{2.7}$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \omega. \tag{2.8}$$

Die letzte DGL wird nur benötigt, wenn der Winkel von Interesse ist (z.B. bei Werkzeugmaschinen oder Robotern).

Für die induzierte Spannung e sowie für das Antriebsmoment M_A gelten algebraische Gleichungen

$$e = c_1 \Phi_e \omega, \tag{2.9}$$

$$M_A = c_2 i_a \Phi_e. \tag{2.10}$$

Weiterhin gilt der nichtlineare Zusammenhang zwischen Φ_e und dem Strom i_e (Magnetisierungskennlinie).

$$\Phi_e = f(i_e). \tag{2.11}$$

Die Gleichungen ergeben das Blockschaltbild 2.7 der GM.

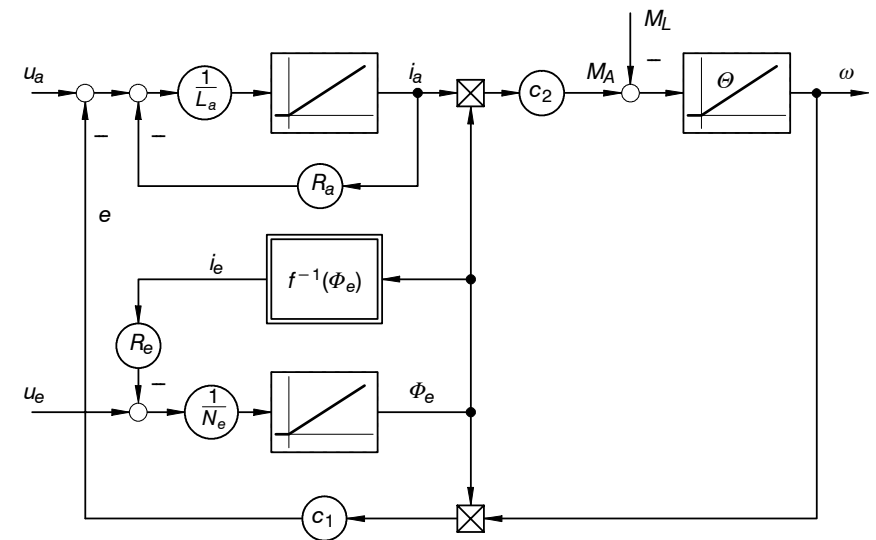


Bild 2.7: Blockschaltbild der fremderregten GM

Es wurde angenommen, dass eine eindeutiger Zusammenhang (keine Hysterese) zwischen dem Erregerstrom i_e und dem Fluss Φ_e besteht. In diesem Fall ist die Magnetisierungskurve $f(i_e)$ umkehrbar

$$i_e = f^{-1}(\Phi_e). \tag{2.12}$$

Die fremderregte GM bildet ein nichtlineares System mit den zwei Eingangsgrößen u_e und u_a . Wird die GM jedoch bei konstantem Fluss Φ_e betrieben, so entsteht ein lineares System. Dies ist der Grund für die Verbreitung der GM als Regelantrieb.

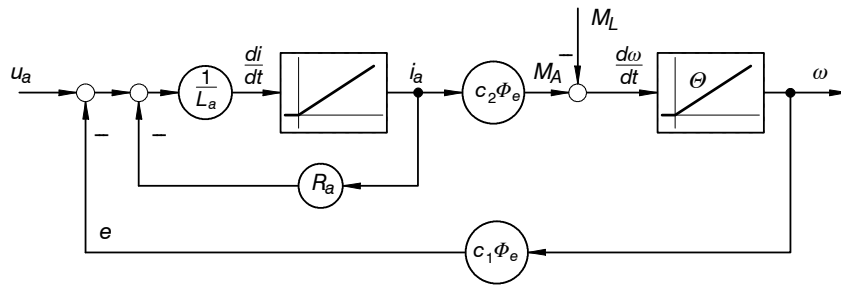


Bild 2.8: Blockschaltbild der fremderregten GM mit konstantem Fluss Φ_e

11.5 Stationärer Betrieb der GM

Der stationäre Betrieb bedeutet konstanten Strom (Drehmoment) und konstante Drehzahl. Damit verschwinden die Ableitungen aller Zustandsgrößen. Aus $d\omega/dt = 0$ folgt

$$M_A = M_L. \tag{2.13}$$

Für konstanten Strom gilt

$$u_a = R_a i_a + e = R_a i_a + c_1 \Phi_e \omega. \tag{2.14}$$

Setzt man den Zusammenhang zwischen Strom und Drehmoment (2.10) in (2.14) ein, so folgt aufgrund von

$$i_a = \frac{M_A}{c_2 \Phi_e} \tag{2.15}$$

die Beziehung

$$u_a = R_a \frac{M_A}{c_2 \Phi_e} + c_1 \Phi_e \omega. \tag{2.16}$$

Löst man (2.16) nach ω auf, so erhält man die stationäre Antriebskennlinie

$$\omega = \frac{1}{c_1 \Phi_e} \left(u_a - \frac{R_a}{c_2 \Phi_e} M_A \right). \tag{2.17}$$

Dies sind Geraden mit negativer Steigung, die mit u_a parametrisiert sind.

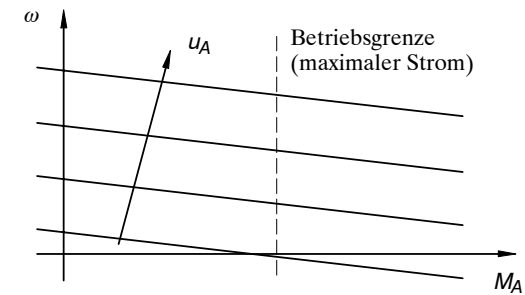


Bild 2.9: Stationäre Antriebskennlinie der GM

Der Schnittpunkt der Antriebs- mit der Lastkennlinie ergibt den Arbeitspunkt der Anlage. Die Steigung der Kennlinien kann durch den Fluss verändert werden (geringerer Fluss = steilere Kennlinien).

11.6 Einfluss der Erregung

Der Fluss kann i.a. nicht gegenüber den Nennfluss erhöht werden, da der Nennfluss durch die Sättigung des Eisens (maximale Induktion ca. 2 T) bestimmt ist.

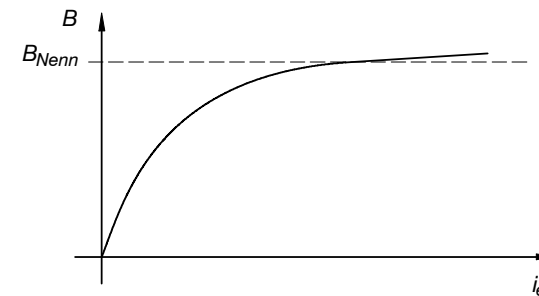


Bild 2.10: Sättigungskennlinie des Eisens

Eine Absenkung (= Feldschwächung) ist jedoch möglich und führt auf steilere Kennlinien in Bild 2.9. Um gleiches Drehmoment zu erhalten, benötigt man höhere Ankerströme, was unvorteilhaft für den Betrieb der GM ist. Allerdings lassen sich nun höhere Drehzahlen erzielen. Die Leerlaufdrehzahl (Die Drehzahl für $M_A = M_L = 0$) beträgt nach (2.17)

$$\omega = \frac{1}{c_1 \Phi_e} u_a, \tag{2.18}$$

ist also umgekehrt proportional zum Fluss Φ_e .

Die Strategie in Bild 2.11 wird für die fremderregte GM eingesetzt, wenn ein großer Drehzahlbereich benötigt wird.

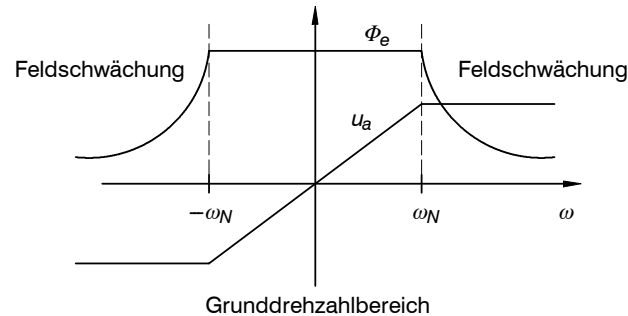


Bild 2.11: Strategie zum Betrieb der fremderregten GM

Im sogenannten *Feldschwächbereich* gilt

$$e = c_1 \Phi_e \omega = \text{const}, \quad (2.19)$$

d.h. der Fluss Φ_e wird gemäß einer Hyperbel verstellt. Damit sind extrem hohe Drehzahlen möglich (allerdings bei kleinem Drehmoment), die zur Beschädigung des Kommutators führen können.

11.7 Permanenterregte GM

Bei der permanenterregten GM übernehmen Permanentmagnete die Erzeugung des magnetischen Flusses. Neue magnetische Materialien (z.B. Samarium-Kobalt) ermöglichen den Bau auch großer GM. Im Bereich der Servoantriebe finden sich heute nur noch permanenterregte GM oder Drehstromantriebe. Die permanenterregte GM besitzt nur noch die elektrischen Anschlüsse für den Ankerstrom.

Für hochdynamische Maschinen wird der Rotor auch eisenlos ausgeführt, was ein sehr geringes Trägheitsmoment zur Folge hat. Diese Bauform ist beschränkt auf Maschinen kleiner Leistung (< 500W).

Das Blockschaltbild entspricht dem Bild 2.8 für konstanten Fluss Φ_e .

11.8 Leistungsbilanz der GM

Die mechanische Leistung der GM ist das Produkt

$$P_{\text{mech}} = M_A \omega. \quad (2.20)$$

Die gesamte elektrische Leistung

$$P_{\text{el}} = u_a i_a \quad (2.21)$$

teilt sich in Verlustleistung (Wärme) und die mechanische Leistung auf. Die Verlustleistung entsteht durch den Spannungsabfall am Ankerwiderstand

$$P_V = R_a i_a^2. \quad (2.22)$$

Die Differenz

$$P_{\text{el}} - P_V = u_a i_a - R_a i_a^2 = (u_a - R_a i_a) i_a = e i_a. \quad (2.23)$$

muss dann mit der mechanischen Leistung identisch sein

$$P_{\text{mech}} = M_A \omega = e i_a. \quad (2.24)$$

Setzt man (2.9) sowie (2.10) in (2.24) ein, so erhält man

$$P_{\text{mech}} = c_2 i_a \Phi_e \omega = c_1 \Phi_e \omega i_a \quad (2.25)$$

und damit $c_1 = c_2 = c_M$.

11.9 Übung: Berechnung des Betriebspunkts einer GM

Die Daten einer GM seien:

$$u_a = 200 \text{ V}$$

$$R_a = 0,3 \ \Omega$$

$$\Phi_e = 1,2 \text{ Vs}$$

$$c_M = 0,53$$

Die Maschine wird mit einem Lastmoment

$$M_L = 50 \text{ Nm}$$

belastet. Bei allen Berechnungen können Sie die Reibung vernachlässigen.

- Wie groß ist die Leerlaufdrehzahl in U/min?
- Berechnen Sie den Ankerstrom und die Drehzahl der Maschine bei Belastung der Maschine mit M_L .
- Wie groß ist der Wirkungsgrad des Antriebs?

Lösungen:

- $n = 3000 \text{ U/min}$

- b) $i_a = 78,62 \text{ A}$
 $n = 2649 \text{ U/min}$
- c) $\eta = 0.8821$

11.10 Dynamisches Verhalten der GM

Lineare Systeme beschreibt man oft im Frequenzbereich, da anstelle von Differenzialgleichungen nur algebraische Gleichungen auftreten. Da die fremderregte GM mit konstantem Fluss sowie die permanenterregte GM ein lineares System bilden, kann eine Übertragungsfunktion berechnet werden. Man kann vom Blockschaltbild ausgehen und alle Integrierten durch die Übertragungsfunktion $1/s$ ersetzen.

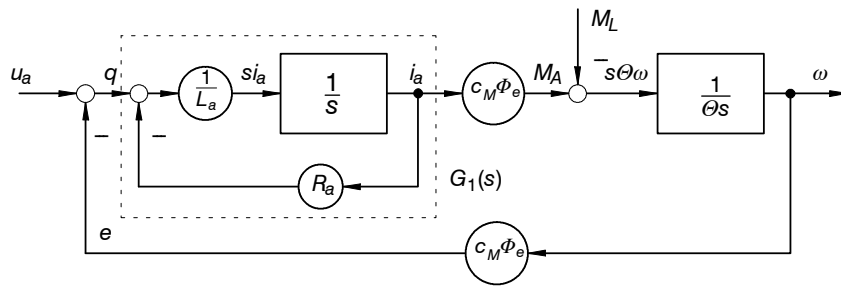


Bild 2.12: Blockschaltbild der fremderregten GM mit konstantem Fluss Φ_e

Zunächst vereinfacht man die Rückkopplung der Teilübertragungsfunktion von q nach i_a

$$s i_a = \frac{1}{L_a} (q - R_a i_a) \tag{2.26}$$

Daraus folgt der Zusammenhang im Frequenzbereich

$$i_a = \frac{1}{L_a} \frac{1}{s + \frac{R_a}{L_a}} q \tag{2.27}$$

Die Übertragungsfunktion lautet damit

$$G_1(s) = \frac{1}{L_a} \frac{1}{s + \frac{R_a}{L_a}} = \frac{1}{R_a} \frac{1}{\frac{L_a}{R_a} s + 1} \tag{2.28}$$

Den Koeffizienten L_a/R_a nennt man Ankerzeitkonstante T_a .

Die Übertragungsfunktion lautet damit

$$G_1(s) = \frac{1}{R_a} \frac{1}{T_a s + 1} \tag{2.29}$$

Mit dieser Teilübertragungsfunktion kann das Blockschaltbild 2.12 vereinfacht werden. Gleichzeitig wird $c_M \Phi_e$ durch das Symbol b ersetzt.

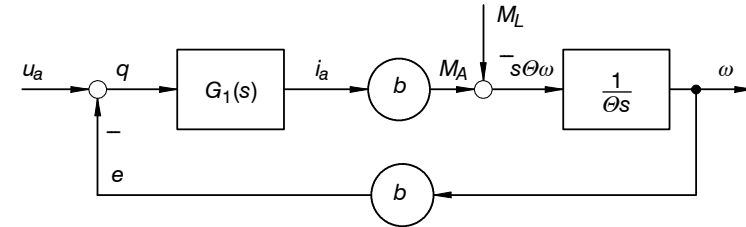


Bild 2.13: Blockschaltbild der fremderregten GM mit konstantem Fluss Φ_e

Das dem Bild 2.13 können drei Übertragungsfunktionen unmittelbar abgelesen werden.

1. Übertragungsfunktion von u_a nach ω :

$$\omega = \frac{F_V}{1 + F_K} u_a = \frac{\frac{G_1(s)b}{\Theta s}}{1 + \frac{G_1(s)b^2}{\Theta s}} u_a = \frac{G_1 b}{\Theta s + G_1 b^2} u_a \tag{2.30}$$

Setzt man G_1 in (2.30) ein, so folgt

$$G_{\omega u_a} = \frac{b}{R_a \Theta s (T_a s + 1) + b^2} \tag{2.31}$$

bzw.

$$G_{\omega u_a} = \frac{1}{b} \frac{1}{\frac{R_a}{b^2} \Theta s (T_a s + 1) + 1} \tag{2.32}$$

2. Übertragungsfunktion von M_L nach ω :

$$\omega = \frac{F_V}{1 + F_K} M_L = - \frac{\frac{1}{\Theta s}}{1 + \frac{G_1 b^2}{\Theta s}} M_L = - \frac{1}{\Theta s + G_1 b^2} M_L \tag{2.33}$$

Durch Einsetzen von G_1 folgt

$$G_{\omega M_L} = - \frac{R_a (T_a s + 1)}{R_a \Theta s (T_a s + 1) + b^2} \tag{2.34}$$

bzw.

$$G_{\omega M_L} = - \frac{R_a}{b^2} \frac{T_a s + 1}{\frac{R_a}{b^2} \Theta s (T_a s + 1) + 1} \tag{2.35}$$

3. Übertragungsfunktion von u_a nach i_a :

$$i_a = \frac{F_V}{1 + F_K} u_a = \frac{G_1}{1 + \frac{G_1 b^2}{\Theta s}} u_a = \frac{\Theta s G_1}{\Theta s + G_1 b^2} u_a. \quad (2.36)$$

Durch Einsetzen von G_1 folgt

$$G_{i_a u_a} = \frac{\Theta s}{R_a \Theta s (T_a s + 1) + b^2} \quad (2.37)$$

bzw.

$$G_{i_a u_a} = \frac{1}{R_a} \frac{\frac{R_a}{b^2} \Theta s}{\Theta s (T_a s + 1) + 1}. \quad (2.38)$$

Die einzelnen Übertragungsfunktionen unterscheiden sich durch ihre Verstärkungen und die die Nullstellen. Die Pole aller Übertragungsfunktionen sind gleich. Die Pole folgen durch Nullsetzen des Nenners

$$N(s) = \frac{R_a}{b^2} \Theta s (T_a s + 1) + 1 \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.39)$$

Ausmultiplizieren des Polynoms führt auf

$$N(s) = \frac{R_a}{b^2} \Theta T_a s^2 + \frac{R_a}{b^2} \Theta s + 1 \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.40)$$

Die Pole lassen sich einfach mit der Normalform bestimmen

$$s^2 + \frac{1}{T_a} s + \frac{b^2}{R_a \Theta T_a} \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.41)$$

Die Pole liegen bei

$$\begin{aligned} s_{1/2} &= -\frac{1}{2T_a} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_a^2} - \frac{b^2}{R_a \Theta T_a}} \\ &= \frac{1}{2T_a} \left(-1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{b^2 T_a}{R_a \Theta}} \right). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Die Pole sind entweder reell oder komplex. Wird der Term unter der Wurzel negativ, d.h. für

$$\Theta < 4 \frac{b^2 T_a}{R_a} \quad (2.43)$$

entstehen komplexe Pole. Sehr kleine Trägheitsmomente können bei Servoantrieben auftreten. Komplexe Pole bedeuten, dass der Antrieb Schwingungen ausführen kann. Ein wichtiger Faktor zur Beurteilung der Schwingungen ist die Dämpfung D .

Die Bestimmung der Dämpfung kann durch Vergleich des Nenners mit der Normalform einer gedämpften Schwingung erfolgen

$$N_N(s) = s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2. \quad (2.44)$$

Ein Vergleich von (2.44) mit (2.41) liefert

$$2D\omega_0 = \frac{1}{T_a}, \quad (2.45)$$

$$\omega_0^2 = \frac{b^2}{R_a \Theta T_a}. \quad (2.46)$$

Aus der zweiten Gleichung folgt

$$\omega_0 = \frac{b}{\sqrt{R_a \Theta T_a}}. \quad (2.47)$$

Daraus folgt mit (2.45)

$$D = \frac{1}{2\omega_0 T_a} = \frac{1}{2b} \sqrt{\frac{R_a \Theta}{T_a}}. \quad (2.48)$$

Man erkennt, dass mit kleiner werdendem Fluss (Feldschwächung) die Dämpfung der GM zunimmt. Weiterhin hängt die Dämpfung vom Trägheitsmoment und den elektrischen Daten R_a und L_a ab.

12 Übung: Simulation der GM

1. Verändern Sie die Parameter der folgenden Simulation und überprüfen Sie die Gültigkeit der vorstehenden Gleichungen (z.B. Dämpfung, Eigenfrequenz).

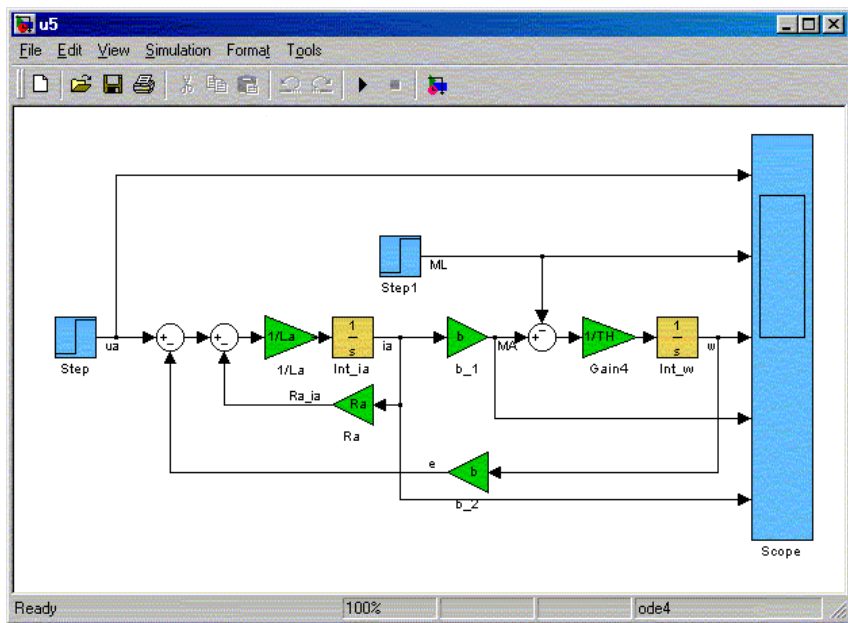


Bild 2.14: Simulationsmodell der GM

13 Drehzahlregelung der GM

Bei der unregulierten GM, d.h. bei Betrieb mit konstanter Spannung, ändert sich die Drehzahl lastabhängig (s. Übung 11.9). Die Betriebskennlinien der GM sind Geraden mit negativer Steigung, die die Ankerspannung u_a bzw. den Fluss Φ_e als Parameter aufweisen.

Ein geregelter Antrieb eine drehzahlunabhängige Kennlinie.

Gleichzeitig kann zum Schutz von Anlagen oder Personen das Drehmoment begrenzt werden.

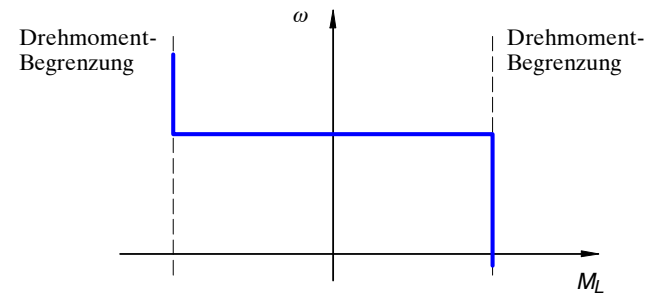


Bild 2.15: Kennlinie der geregelten GM

Konventionelle Drehzahlregelungen sind als Kaskadenregelung aufgebaut. Dies hat folgende Vorteile:

- einfache, schrittweise Inbetriebnahme möglich,
- Begrenzung von Strom/Drehmoment einfach,
- kann um eine dynamische Vorsteuerung erweitert werden,
- Erweiterung zur Positions- (Lage-) Regelung möglich.

13.1 Kaskadenregelung der GM (bei konstanter Erregung)

Die Struktur einer Kaskadenregelung für eine GM zeigt Bild 2.16. Da die fremd- bzw. permanenterregte GM ein lineares System darstellt, ist eine analytische Berechnung der Regler möglich.

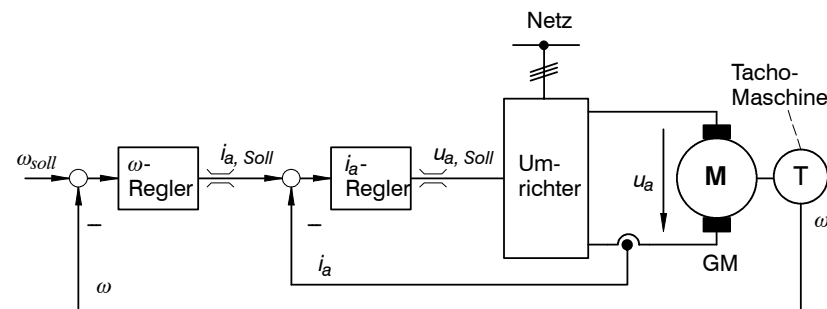


Bild 2.16: Kaskadenregelung der GM (Drehzahlregelung)

Für den Entwurf von Regelungen verwendet man gewöhnlich ein normiertes Modell der Gleichstrommaschine (Normierungen s. Abschnitt 10.5). In den Differentialgleichungen

werden dazu alle Größen auf die Normierungsgrößen

M_{a0}	Nenn-Drehmoment
ω_0	Nenn-Drehzahl
i_{a0}	Nenn-Strom
u_{a0}	Nenn-Spannung
u_{e0}	Nenn-Erregerspannung
Φ_{e0}	Nenn-Fluss

bezogen. Zweckmäßigerweise werden die maximalen Größen als Nenngrößen verwendet. Es entstehen die Gleichungen

$$L_a i_{a0} \frac{d}{dt} \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) + R_a i_{a0} \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) = u_{a0} \left(\frac{u_0}{u_{a0}} \right) - u_{a0} \left(\frac{e}{u_{a0}} \right), \quad (2.49)$$

$$\Theta \omega_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) = M_{A0} \left(\frac{M_A}{M_{A0}} \right) - M_{A0} \left(\frac{M_L}{M_{A0}} \right), \quad (2.50)$$

$$u_{a0} \left(\frac{e}{u_{a0}} \right) = c_M \Phi_{e0} \omega_0 \left(\frac{\Phi_e}{\Phi_{e0}} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right), \quad (2.51)$$

$$M_{A0} \left(\frac{M_A}{M_{A0}} \right) = c_M i_{a0} \Phi_{e0} \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) \left(\frac{\Phi_e}{\Phi_{e0}} \right). \quad (2.52)$$

Dividiert man jeweils durch die Faktoren vor i_a bzw. M_L , so erhält man

$$\frac{L_a}{R_a} \frac{d}{dt} \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) + \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) = \frac{u_{a0}}{R_a i_{a0}} \left[\left(\frac{u_0}{u_{a0}} \right) - \left(\frac{e}{u_{a0}} \right) \right], \quad (2.53)$$

$$\frac{\Theta \omega_0}{M_{A0}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) = \left(\frac{M_A}{M_{A0}} \right) - \left(\frac{M_L}{M_{A0}} \right). \quad (2.54)$$

Die Umformung der algebraischen Gleichungen liefert

$$\frac{u_{a0}}{c_M \Phi_{e0} \omega_0} \left(\frac{e}{u_{a0}} \right) = \left(\frac{\Phi_e}{\Phi_{e0}} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right), \quad (2.55)$$

$$\frac{M_{A0}}{c_M i_{a0} \Phi_{e0}} \left(\frac{M_A}{M_{A0}} \right) = \left(\frac{i_a}{i_{a0}} \right) \left(\frac{\Phi_e}{\Phi_{e0}} \right). \quad (2.56)$$

Die Normierungsgrößen dürfen beliebig gewählt werden. Besonders einfache Gleichungen erhält man, wenn Maximalwerte verwendet werden, die in folgenden Beziehungen zueinander stehen

$$U_{a0} = R_a i_{a0} = c_M \Phi_{e0} \omega_0, \quad (2.57)$$

$$M_{A0} = c_M i_{A0} \Phi_{e0}. \quad (2.58)$$

Mit den Abkürzungen

$$T_a = \frac{L_a}{R_a}, \quad T_m = \frac{\Theta \omega_0}{M_{A0}} \quad (2.59)$$

Die Zeitkonstante T_a ist die *Ankerzeitkonstante*; die Zeitkonstante T_m wird *mechanische Zeitkonstante* genannt. Zur Vereinfachung der Schreibweise sollen die bezogenen Größen wieder unter den ursprünglichen Bezeichnungen verwendet werden. d.h. es gilt z.B.

$$u_a := \frac{u_a}{u_{a0}}, \dots \quad (2.60)$$

Es folgen die kompakten Gleichungen

$$T_a \frac{di_a}{dt} + i_a = u_a - e, \quad (2.61)$$

$$T_m \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_L, \quad (2.62)$$

$$e = \Phi_e \omega, \quad (2.63)$$

$$M_A = \Phi_e i_a. \quad (2.64)$$

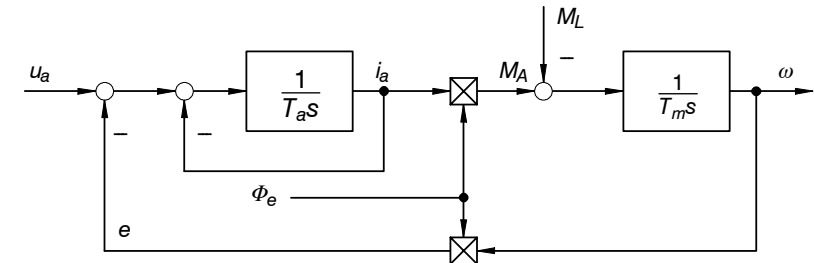


Bild 2.17: Blockschaltbild der fremderregten GM in normierter Darstellung

Bei maximalem Fluss wird der normierte Fluss gleich eins. Man erhält dann das Blockschaltbild 2.18.

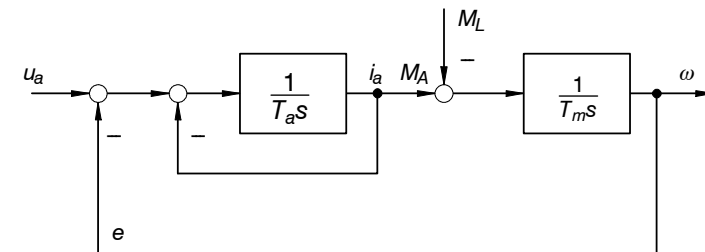


Bild 2.18: Blockschaltbild der fremderregten GM mit Nennfluss

Die "interne" Rückkopplung kann durch die Übertragungsfunktion

$$G_1 = \frac{1}{T_a s + 1} \quad (2.65)$$

ersetzt werden. Das Blockschaltbild vereinfacht sich dann gemäß Bild 2.19.

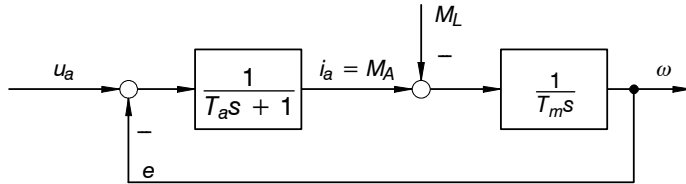


Bild 2.19: Blockschaltbild der fremderregten GM mit Nennfluss

Der Umrichter kann als Verzögerung 1. Ordnung modelliert werden, so dass folgendes Blockschaltbild den vollständigen Prozess beschreibt.

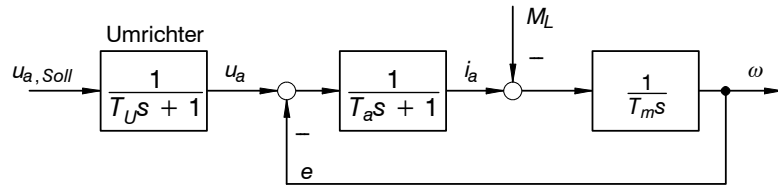


Bild 2.20: Blockschaltbild der GM mit Umrichter (Stellglied)

13.1.1 Stromregelung

Für die Stromregelung muss die Übertragungsfunktion von $u_{a,Soll}$ nach i_a berücksichtigt werden. Diese Übertragungsfunktion kann aus Bild 2.20 nicht unmittelbar abgelesen werden, da die Rückführung von ω zu berücksichtigen ist. Man erhält für die Übertragungsfunktion von u_a nach i_a

$$G_{i_a, u_a} = \frac{F_V}{1 + F_K} = \frac{\frac{1}{T_a s + 1}}{1 + \frac{1}{T_a s + 1} \frac{1}{T_m s}} = \frac{T_m s}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} \quad (2.66)$$

Die Pole dieser Übertragungsfunktion (folgen aus dem Nenner) liegen bei

$$p_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_a^2} - \frac{1}{T_m T_a}} = \frac{1}{2T_a} \left(-1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{T_a}{T_m}} \right) \quad (2.67)$$

Wir nehmen an – was in der Praxis auch fast immer der Fall ist –, dass die Pole reell sind, d.h. $T_m > 4T_a$. In diesem Fall kann der Nenner in der Form

$$T_m T_a s^2 + T_m s + 1 = (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \quad (2.68)$$

geschrieben werden. Für die Zeitkonstanten gilt dabei

$$T_1 = -\frac{1}{p_1}, \quad T_2 = -\frac{1}{p_2} \quad (2.69)$$

Falls T_m sehr groß gegenüber T_a ist (sehr großes Trägheitsmoment, geringe Ankerzeitkonstante), so erhält man näherungsweise die Pole

$$p_2 = \frac{1}{2T_a} \left(-1 - \sqrt{1 - 4\frac{T_a}{T_m}} \right) \approx -\frac{1}{T_a} \quad (2.70)$$

sowie unter Verwendung der Näherung

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x \quad (2.71)$$

$$p_1 = \frac{1}{2T_a} \left(-1 + \sqrt{1 - 4\frac{T_a}{T_m}} \right) \approx \frac{1}{2T_a} \left(-1 + 1 - \frac{2T_a}{T_m} \right) = -\frac{1}{T_m} \quad (2.72)$$

Als Grenzwert erhält man somit die Näherungen

$$T_1 = -\frac{1}{p_1} = T_m, \quad T_2 = -\frac{1}{p_2} = T_a \quad (2.73)$$

Die gesamte Übertragungsfunktion für die Bestimmung des Stromreglers lautet unter Berücksichtigung des Stellglieds

$$G_{i_a, u_a} = \frac{1}{T_U s + 1} \frac{T_m s}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (2.74)$$

Als Stromregler findet meistens ein PI-Regler Verwendung

$$K_i = V_{Ri} \frac{T_{ns} s + 1}{T_{ns} s} \quad (2.75)$$

Die Entwurfsaufgabe für die Stromregelung zeigt das Bild 2.21. Es wird angenommen, dass der Strom praktisch verzögerungsfrei gemessen werden kann. Falls diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, müsste zusätzlich der Einfluss eines Messglieds in der Rückführung berücksichtigt werden.

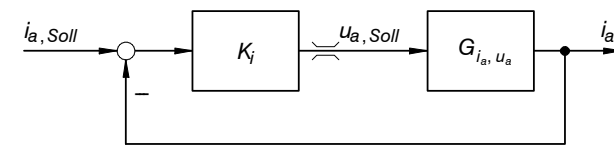


Bild 2.21: Stromregelkreis

Der Regler ist so zu entwerfen, dass der geschlossene Kreis die gewünschten Eigenschaften aufweist. Der geschlossene Kreis lautet

$$F_g = \frac{F_V}{1 + F_K} = \frac{K_i G_{i_a, u_a}}{1 + K_i G_{i_a, u_a}}. \quad (2.76)$$

Bevor nun F_g bestimmt wird, ist es empfehlenswert, das Produkt $K_i G_{i_a, u_a}$ geeignet zu vereinfachen

$$K_i G_{i_a, u_a} = V_{Ri} \frac{T_{ni}s + 1}{T_{ni}s} \frac{1}{T_U s + 1} \frac{T_m s}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}. \quad (2.77)$$

Mit der Reglernullstelle kann eine Polstelle der Strecke gekürzt werden. Weiterhin kürzt sich die Nullstelle bei $s = 0$ gegen die entsprechende Polstelle. Man kürzt i.a. die *dominierende Polstelle*, d.h. die Polstelle mit dem kleinsten Abstand zur imaginären Achse. Wie später zu sehen ist, ist jedoch die Dämpfung des Stromreglers wesentlich höher, wenn die mittlere Zeitkonstante gekürzt wird. Ist T_2 die *mittlere* Zeitkonstante (T_U ist immer recht klein), verbleibt (mit $T_{ni} = T_2$)

$$K_i G_{i_a, u_a} = V_{Ri} \frac{T_m}{T_2} \frac{1}{(T_U s + 1)(T_1 s + 1)} \quad (2.78)$$

Mit der Abkürzung (*Kreisverstärkung*)

$$V_{Ki} = V_{Ri} \frac{T_m}{T_2} \quad (2.79)$$

folgt schließlich

$$K_i G_{i_a, u_a} = \frac{V_{Ki}}{(T_U s + 1)(T_1 s + 1)} \quad (2.80)$$

Aus (2.76) kann nun der geschlossene Kreis bestimmt werden

$$F_{gi} = \frac{V_{Ki}}{(T_U s + 1)(T_1 s + 1) + V_{Ki}}. \quad (2.81)$$

Multipliziert man im Nenner aus, so folgt

$$F_{gi} = \frac{V_{Ki}}{T_U T_1 s^2 + (T_U + T_1)s + 1 + V_{Ki}}. \quad (2.82)$$

Division durch $1 + V_{Ki}$ im Nenner führt auf eine normalisierte Form

$$F_{gi} = \frac{V_{Ki}}{1 + V_{Ki}} \frac{1}{\frac{T_U T_1}{1 + V_{Ki}} s^2 + \frac{T_U + T_1}{1 + V_{Ki}} s + 1}. \quad (2.83)$$

In dieser Übertragungsfunktion kann einzig der Parameter V_{Ki} über die Reglerverstärkung V_{Ri} verändert werden. Durch Vergleich des Nenners mit der Normalform

$$N(s) = \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1 \quad (2.84)$$

können ω_0 und D bestimmt werden. Der Koeffizientenvergleich liefert

$$\omega_0^2 = \frac{1 + V_{Ki}}{T_U T_1}, \quad \frac{2D}{\omega_0} = \frac{T_U + T_1}{1 + V_{Ki}}. \quad (2.85)$$

Daraus bestimmt man die Dämpfung

$$D = \frac{1}{2\sqrt{1 + V_{Ki}}} \sqrt{\frac{T_1}{T_U} + \frac{T_U}{T_1}}. \quad (2.86)$$

Nun wird die Kürzung der *mittleren* Zeitkonstante verständlich, da die Dämpfung am größten ist, wenn sich die Zeitkonstanten T_1 und T_U möglichst deutlich unterscheiden. Im Umkehrschluss folgt daraus eine Bestimmungsgleichung für die Kreisverstärkung

$$V_{Ki} = \frac{1}{4D^2} \left(\frac{T_1}{T_U} + \frac{T_U}{T_1}\right) - 1. \quad (2.87)$$

Aus (2.79) folgt dann schließlich die Reglerverstärkung

$$V_{Ri} = V_{Ki} \frac{T_2}{T_m}. \quad (2.88)$$

Damit ist der Stromregelkreis entworfen.

13.1.2 Drehzahlregelung

Für den Drehzahlregler erscheint der Stromregelkreis als Teil der gesamten Regelstrecke. Bild 2.22 verdeutlicht den Zusammenhang.

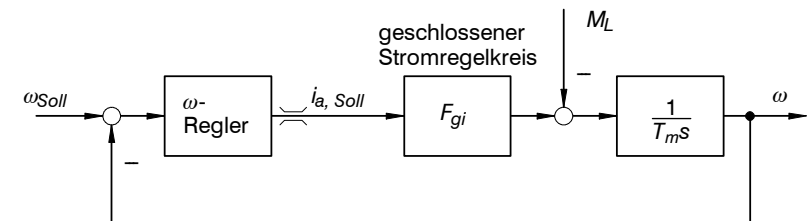


Bild 2.22: Drehzahlregler und Prozess

Der geschlossene Stromregelkreis ist ein System 2. Ordnung. Verwendet man ebenfalls einen PI-Regler für die Drehzahlregelung, so erhält man mit dem Integrator rechts in

Bild 2.22 ein System 4. Ordnung. Eine “vernünftige” Synthese ist hier nicht mehr möglich. Vielmehr erfolgt ein Entwurf iterativ, indem bei einem Satz von Reglerparametern nachträglich die Eigenschaften oder die Lage aller Pole beurteilt werden.

Der Stromregelkreis (2.83) besitzt die Übertragungsfunktion

$$F_{gi} = \frac{V_{gi}}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (2.89)$$

Mit dem Drehzahlregler (PI-Typ)

$$K_{\omega} = V_{R\omega} \frac{T_{n\omega} s + 1}{T_{n\omega} s} \quad (2.90)$$

lautet die Übertragungsfunktion des *offenen Kreises*

$$F_K = K_{\omega} F_{gi} \frac{1}{T_{ms}} = V_{R\omega} \frac{T_{n\omega} s + 1}{T_{n\omega} s} \frac{V_{gi}}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \frac{1}{T_{ms}} \quad (2.91)$$

Der Nenner des *geschlossenen Kreises*, d.h. der Nenner von

$$F_{g\omega} = \frac{F_K}{1 + F_K} \quad (2.92)$$

lautet

$$N_{g\omega}(s) = T_{n\omega} T_{ms}^2 (a_2 s^2 + a_1 s + 1) + V_{R\omega} V_{gi} (T_{n\omega} s + 1) \quad (2.93)$$

Die Pole können numerisch berechnet werden. Die Reglerparameter können dann iterativ verstellt werden, bis sich alle Pole an geeigneter Stelle befinden.

13.1.3 Beispiel: Entwurf eines Stromreglers für eine GM

- Entwerfen Sie einen Stromregler für das Antriebssystem aus Bild 2.23.
- Entwerfen Sie den Drehzahlregler und beurteilen Sie das Verhalten des Antriebs.
- Wie kann das “Überschwingen” der Drehzahl verhindert werden (wichtig z.B. für Roboter oder Werkzeugmaschinen)?

Hinweis: Vorfilter

Ändern Sie die Simulation und überprüfen Sie die Wirksamkeit Ihrer Maßnahme.

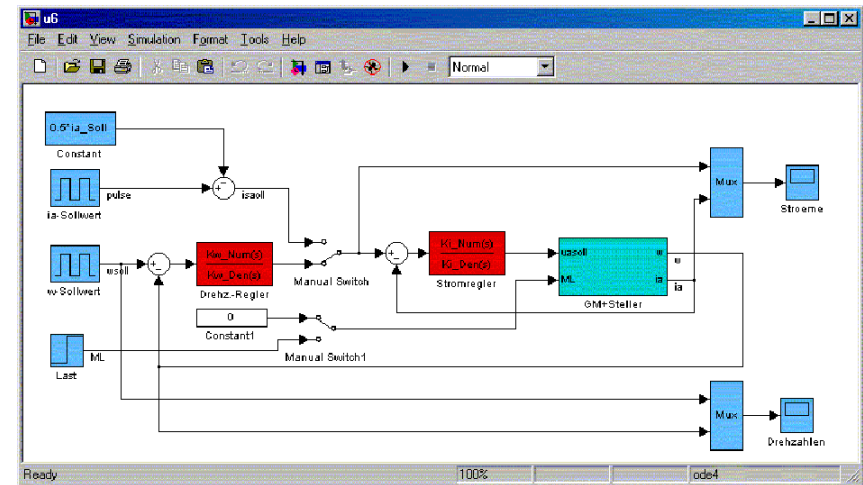


Bild 2.23: Simulationsmodell für Drehzahlregelung der GM in Kaskadenstruktur

14 Reihenschlussmotor

Der Reihenschlussmotor unterscheidet sich von der fremderregten GM durch die Art der Erregung. Die Erreger- und Ankerwicklung werden vom gleichen Strom durchflossen. Das Drehmoment ist damit dem Quadrat des Stroms proportional. Aufgrund dieser Nichtlinearität wird dieser Motor selten als Regelantrieb eingesetzt.

Da das Drehmoment nicht mehr von der Stromrichtung abhängt, eignet sich der Reihenschlussmotor jedoch auch für Wechselstrom. Man findet diesen Antrieb deshalb in Lokomotiven. Um die Probleme bei der Kommutierung aufgrund der Transformatorwirkung der Ankerwicklung zu begrenzen, wurde in Europa die Frequenz des Bahnnetzes auf 16 2/3 Hz herabgesetzt. Die Charakteristik des Reihenschlussmaschine macht den Antrieb für einige spezielle Anwendungen interessant.

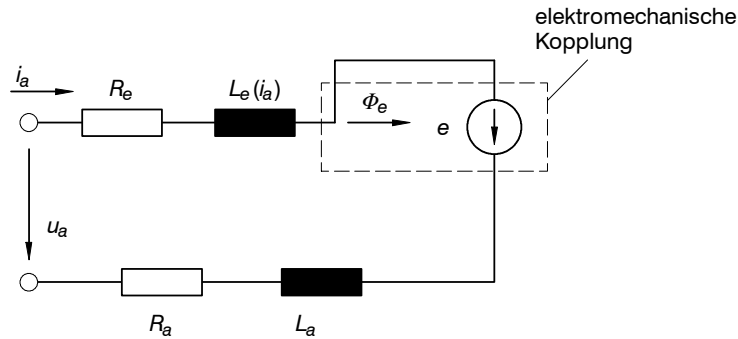


Bild 2.24: Elektrisches Ersatzschaltbild des Reihenschlussmotors

Aus dem elektrischen Ersatzschaltbild folgt

$$\frac{d}{dt}(N_e \Phi_e + L_a i_a) = u_a - e - (R_a + R_e) i_a. \quad (2.94)$$

Die übrigen Beziehungen unterscheiden sich nicht von der GM

$$e = c_M \Phi_e \omega, \quad (2.95)$$

$$M_a = c_M \Phi_e i_a, \quad (2.96)$$

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_L. \quad (2.97)$$

Im Bereich kleiner Ströme ist Φ_e proportional i_a

$$\Phi_e = c_1 i_a. \quad (2.98)$$

Damit folgt für das Antriebsmoment

$$M_a = c_M c_1 i_a^2. \quad (2.99)$$

14.1 Stationärer Zustand

Im stationären Zustand verschwinden alle Ableitungen. Man erhält aus (2.94)

$$u_a = e + (R_a + R_e) i_a. \quad (2.100)$$

Ersetzt man e , so folgt

$$u_a = c_M c_1 i_a \omega + (R_a + R_e) i_a \quad (2.101)$$

bzw.

$$\omega = \frac{u_a}{c_M c_1 i_a} - \frac{R_a + R_e}{c_M c_1}. \quad (2.102)$$

Nun kann der Strom i_a aus (2.99) ersetzt werden

$$\omega = \frac{u_a}{\sqrt{c_M c_1 M_A}} - \frac{R_a + R_e}{c_M c_1}. \quad (2.103)$$

Dies ist die stationäre Antriebskennlinie der Reihenschlussmaschine.

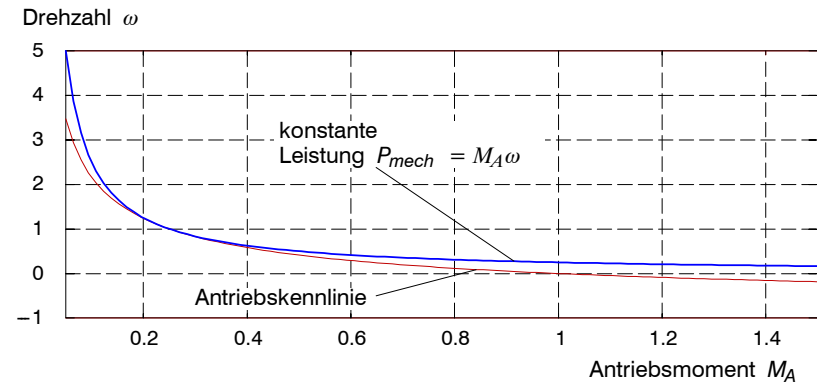


Bild 2.25: Antriebskennlinie und Verlauf konstanter mechanischer Leistung

Die Antriebskennlinie verläuft sehr ähnlich einer Hyperbel mit konstanter mechanischer Leistung

$$\omega = \frac{P_{mech}}{M_A}. \quad (2.104)$$

Reihenschlussmotoren sind also geeignet, auch ohne Regelung etwa eine konstante mechanische Leistung abzugeben. Diese Eigenschaft wird beispielsweise bei einem Haspelantrieb benötigt, der ein bestimmtes Material mit konstanter Kraft aufwickeln soll. Der Radius ändert sich aber mit dem Wickelvorgang, so dass nicht mit einem konstanten Drehmoment gearbeitet werden darf.

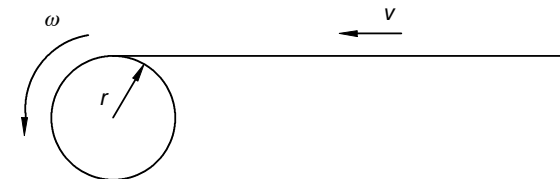


Bild 2.26: Wickelvorgang

Die mechanische Leistung beträgt

$$P_{mech} = Fv = M_A \omega . \quad (2.105)$$

Bei konstanter Geschwindigkeit v entsteht also eine konstante Zugkraft, wenn die mechanische Leistung konstant gehalten wird. Für diese Aufgabe könnte also eine Reihenschlussmaschine mit konstanter Ankerspannung verwendet werden.

14.2 Beispiel: Eigenschaften der Reihenschlussmaschine

- a) Untersuchen Sie das Verhalten mit und ohne Lastmoment.
Welche stationären Zustände stellen sich ein?
Erläutern Sie den Verlauf des Hochlaufvorgangs.

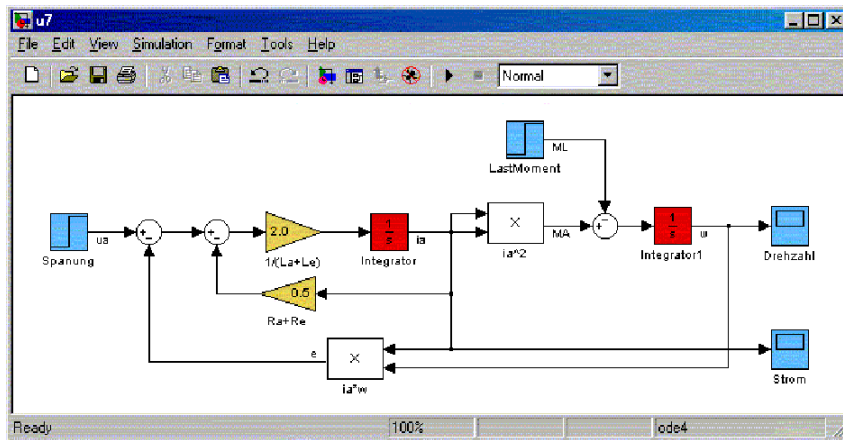


Bild 2.27: Simulationsmodell der Reihenschlussmaschine

15 Leistungselektronik

Ein Antriebssystem besteht aus den in Bild 3.1 eingezeichneten Komponenten.

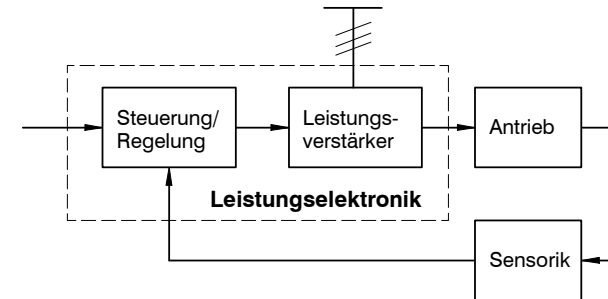


Bild 3.1: Antriebssystem

Neben dem eigentlichen Leistungsverstärker versteht man unter Leistungselektronik heute eine Einheit, die die Ansteuerung sowie die notwendige Signalverarbeitung enthält. Diese Einheiten werden als sogenannte *Umrichter* angeboten.

15.1 “Schaltende” Elemente

In der Leistungselektronik verwendet man überwiegend Halbleiter-“Schalter” [Dioden, bipolare Transistoren (BJT), Feldeffekt-Transistoren (MOS-FET), bipolare Transistoren mit isolierten Gate (IGBT), Thyristoren und Triacs, Abschalt-Thyristoren (GTO), sowie Varianten der genannten Halbleiter].

Die Auswahl dieser Bauteile wird anhand der benötigten Leistung sowie der sogenannten Schaltfrequenz getroffen. Eine Überlappung ergibt sich nur für die Bipolartransistoren und die IGBTs. Der IGBT löst den Bipolartransistor allmählich ab, da der IGBT in fast allen Eigenschaften dem BJT überlegen ist.

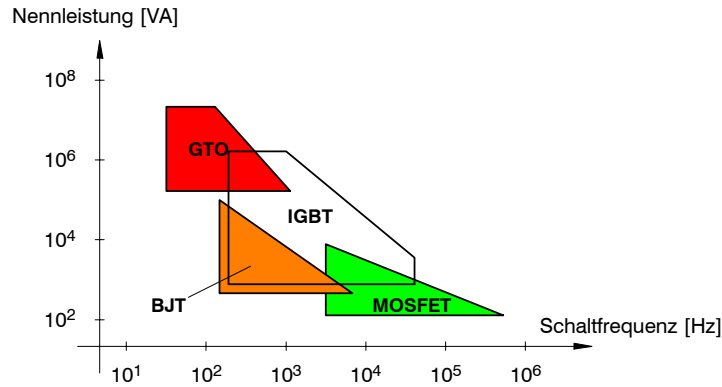


Bild 3.2: Einsatzbereiche schaltender Halbleiter (nach Jenni-Wüest [8])

15.1.1 Vorteil des Schalters gegenüber einer stetigen Bereitstellung der Leistung

DC-Verbraucher soll mit veränderlicher Spannung (Leistung) gespeist werden.

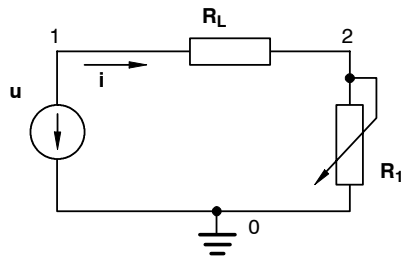


Bild 3.3: Beeinflussung der Leistung in R_L mit R_1

Leistungsbilanz Wirkleistung:

$$P_W = i^2 R_L = \frac{u^2}{(R_L + R_1)^2} R_L \quad (3.1)$$

Verlustleistung:

$$P_V = i^2 R_1 = \frac{u^2}{(R_L + R_1)^2} R_1 \quad (3.2)$$

Gesamtleistung:

$$P_G = P_W + P_V = \frac{u^2}{(R_L + R_1)^2} (R_L + R_1) = \frac{u^2}{(R_L + R_1)} \quad (3.3)$$

Wirkungsgrad:

$$\eta \triangleq \frac{P_W}{P_G} = \frac{R_L}{(R_L + R_1)} \quad (3.4)$$

Mit einem idealen Schalter kann der Wirkungsgrad unabhängig von der eingestellten Leistung immer 100% betragen.

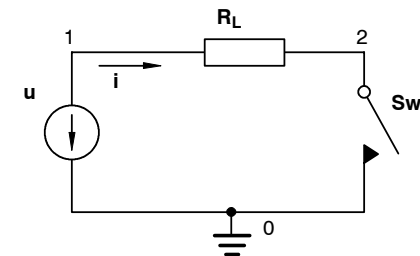


Bild 3.4: Beeinflussung der Leistung in R_L mit einem Schalter Sw_1

Eine Verlustleistung kann nur auftreten, wenn das Produkt $P_V = u \cdot i$ ungleich Null ist. Bei einem idealen Schalter ist aber entweder der Strom Null (Schalter offen) oder die Spannung ist Null (Schalter geschlossen).

In einem idealen Schalter tritt keine Verlustleistung auf.

Leistungselektronische Anlage sollen Leistung übertragen und nicht verbrauchen.

Die Leistung kann jedoch nur im Mittel genau eingestellt werden (Pulsweitenmodulation PWM). Soll die Leistung kontinuierlich eingestellt werden, bieten sich Induktivitäten zur Glättung des Stromes an. Damit der Strom unterbrechungsfrei durch die Last R_L fließen kann, ist eine Diode (Freilaufdiode) zwingend notwendig. Eine mögliche Verwirklichung zeigt Bild 3.5.

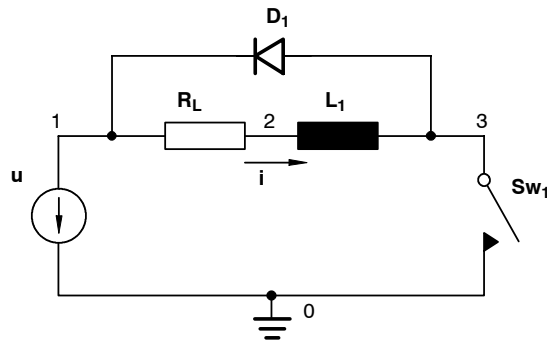


Bild 3.5: Kontinuierliche Beeinflussung der Leistung in R_L mit einem Schalter Sw_1

Bei geschlossenem Schalter wird der Laststrom i der Spannungsquelle entnommen. Ist der Schalter offen, fließt der Strom über D_1 . Abhängig von Schaltfrequenz, maximalem Strom und maximaler Spannung würde bei einer praktisch ausgeführten Schaltung der Schalter durch ein Halbleiterelement aus Bild 3.5 ersetzt.

Häufig entwirft man leistungselektronische Schaltungen zunächst mit idealisierten Elementen (ideale Dioden, vereinfachte Transistoren bzw. Thyristoren, lineare Induktivitäten usw.). Für einen endgültigen Entwurf kommt der Simulation eine große Bedeutung zu, da eine genaue Berechnung der Schaltung aufgrund der Komplexität der Bauteile völlig ausgeschlossen ist.

Simulation ist im Bereich der Leistungselektronik ein wesentliches Werkzeug.

Simulation in der Leistungselektronik:

- Im Gegensatz zu anderen Bereichen (z.B. Nachrichtentechnik) ist eine Linearisierung an einem Arbeitspunkt nicht möglich, da immer der gesamte Arbeitsbereich von Halbleitern oder nichtlinearen passiven Bauteilen durchlaufen wird (transiente Vorgänge).
- Modelle zur Beschreibung des Verhaltens von Komponenten sind zu kompliziert, um analytische Berechnungen durchführen zu können. Beispielsweise besitzt ein gebräuchliches Modell für BJTs (Gummel-Poon) 41 Parameter (die Standardwerte gelten für Spice3):

name	parameter	units	default
1	IS	transport saturation current	A 1.0e-16
2	BF	ideal maximum forward beta	- 100
3	NF	forward current emission coefficient	- 1.0
4	VAF	forward Early voltage	V infinite
5	IKF	corner for forward beta high current roll-off	A infinite
6	ISE	B-E leakage saturation current	A 0
7	NE	B-E leakage emission coefficient	- 1.5
8	BR	ideal maximum reverse beta	- 1

9	NR	reverse current emission coefficient	-	1
10	VAR	reverse Early voltage	V	infinite
11	IKR	corner for reverse beta high current roll-off	A	infinite
12	ISC	B-C leakage saturation current	A	0
13	NC	B-C leakage emission coefficient	-	2
14	RB	zero bias base resistance	Z	0
15	IRB	current where base resistance falls halfway to its min value	A	infinite
16	RBM	minimum base resistance at high currents	Z	RB
17	RE	emitter resistance	Z	0
18	RC	collector resistance	Z	0
19	CJE	B-E zero-bias depletion capacitance	F	0
20	VJE	B-E built-in potential	V	0.75
21	MJE	B-E junction exponential factor	-	0.33
22	TF	ideal forward transit time	sec	0
23	XTF	coefficient for bias dependence of TF	-	0
24	VTF	voltage describing VBC dependence of TF	V	infinite
25	ITF	high-current parameter for effect on TF	A	0
26	PTF	excess phase at freq=1.0/(TF*2PI) Hz	deg	0
27	CJC	B-C zero-bias depletion capacitance	F	0
28	VJC	B-C built-in potential	V	0.75
29	MJC	B-C junction exponential factor	-	0.33
30	XCJC	fraction of B-C depletion capacitance connected to internal base node	-	1
31	TR	ideal reverse transit time	sec	0
32	CJS	zero-bias collector-substrate capacitance	F	0
33	VJS	substrate junction built-in potential	V	0.75
34	MJS	substrate junction exponential factor	-	0
35	XTB	forward and reverse beta temperature exponent	-	0
36	EG	energy gap for temperature effect on IS	eV	1.11
37	XTI	temperature exponent for effect on IS	-	3
38	KF	flicker-noise coefficient	-	0
39	AF	flicker-noise exponent	-	1
40	FC	coefficient for forward-bias depletion capacitance formula	-	0.5
41	TNOM	Parameter measurement temperature	°C	27

- Die Parameter werden in aller Regel von den Herstellern bereitgestellt. Gegebenenfalls müssen einzelne Parameter durch Messungen ermittelt werden.
- In Anbetracht hoher zu übertragender Leistung kann ein Fehler im Entwurf zur völligen Zerstörung der Schaltung einschließlich der angeschlossenen Anlage führen. Simulationen unter Berücksichtigung von Worst-Case-Daten und Parametervariationen helfen, sichere Leistungselektronik zu entwickeln.

15.2 Netzgeführte und selbstgeführte Stromrichter

Grundsätzlich unterscheidet man netzgeführte und selbstgeführte Stromrichter. Die netzgeführten Stromrichter basieren auf Thyristoren, die nicht aktiv abschaltbar sind und die Wechselspannung des Netzes zur Umschaltung zwischen den Thyristoren verwenden.

Da Thyristoren die Bauelemente mit der höchsten Strom- und Spannungsbelastbarkeit sind (mehrere Kiloampere bzw. mehrere Kilovolt) werden netzgeführte Stromrichter für Antriebe mit extremem Leistungsbedarf eingesetzt.

Selbstgeführte Umrichter verwenden einen *Gleichspannungszwischenkreis (U-Umrichter)* bzw. einen *Gleichstromzwischenkreis (I-Umrichter)* und erfordern aktiv abschaltbare Bauelemente MOSFETs (Metal-Oxide Semiconductor Field Effect Transistor, IGBTs (Insulated Gate Bipolar Junction Transistor) oder GTOs (Gate Turn-Off Thyristor). Diese moderner Form von Umrichtern erlaubt – unabhängig von der Netzfrequenz – die Bereitstellung beliebiger Frequenzen und Amplituden für die elektrischen Maschinen.

15.3 Bauelemente der Leistungselektronik

Das historisch älteste und belastbarste Bauelement ist der Thyristor (ein Kunstwort aus *Thyatron* und *Transistor*). Vereinfacht dargestellt, besteht der Thyristor aus einer Abfolge von vier Halbleiterübergängen.

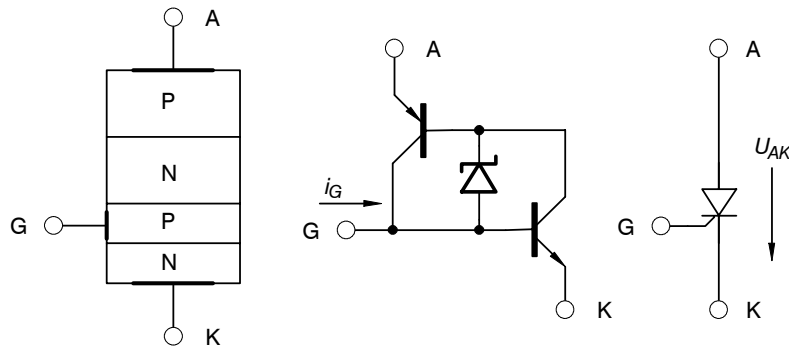


Bild 3.6: Schematischer Aufbau und Ersatzschaltung des Thyristors

Mit einem positiven Gate-Impuls (Gatestrom) kann der Thyristor eingeschaltet werden (sofern die Spannung zwischen Anode und Kathode positiv ist). Bei negativer Spannung U_{AK} sperrt der Thyristor wieder, da nun die zwei äußeren Sperrschichten einen Stromfluss verhindern.

Der Thyristor kann mit einem kurzen Gatestrom-Impuls bei positiver Spannung U_{AK} in den leitfähigen Zustand versetzt werden. Dieser Zustand wird durch die Transistor-Mitkopplung solange aufrecht erhalten, bis die Spannung am Thyristor negativ wird. Ein Thyristor kann somit nur eingeschaltet werden.

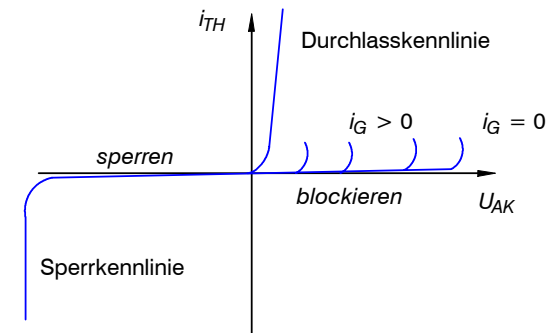


Bild 3.7: Kennlinien des Thyristors

15.3.1 Realer Aufbau eines Thyristors

Durch Messungen an einem Thyristor kann der schematische Aufbau eines Thyristors gemäß Bild 3.6 nicht verifiziert werden. Der tatsächliche Aufbau ist in Bild 3.8 gezeigt.

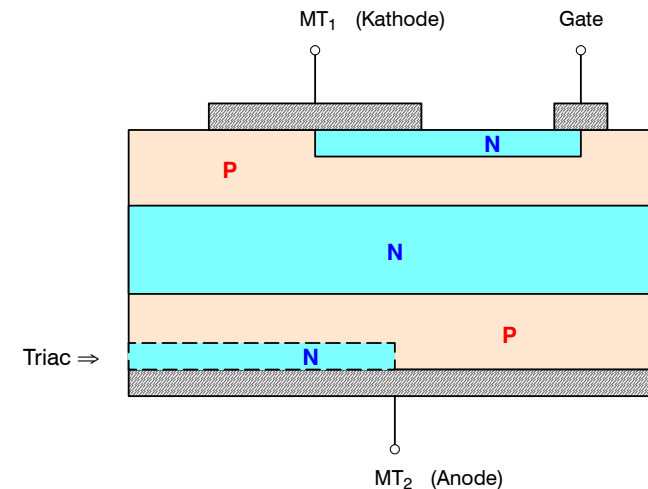
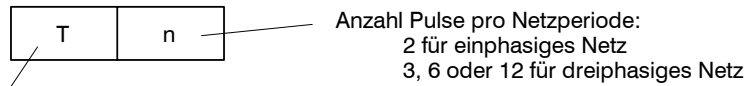


Bild 3.8: Schnitt durch einen Thyristor/Triac

Der Kathodenanschluss und das Gate unterscheiden sich nur noch durch die Fläche. Durch Diffusion einer *n*-Insel in das anodenseitige *p*-Gebiet entsteht ein sogenannter *Triac* (Triode Alternate Current Switch = bidirektionaler Thyristor). Ein Triac ist ein preiswertes Bauteil für den Betrieb von Lasten am einphasigen Wechselstromnetz (Glühlampen, Kleinmotoren).

15.4 Netzgeführte Umrichter

Die Bezeichnung für netzgeführte Umrichter besteht aus einem Buchstaben für den Typ des Umrichters (T) sowie einer Zahl (n) für die Anzahl der Pulse pro Netzperiode.



Typ: M = Mittelpunktschaltung
B = Brückenschaltung

Bild 3.9: Bezeichnung der netzgeführten Umrichter

Mittelpunktschaltung sowie Betrieb an dem einphasigen Netz haben nur noch historische Bedeutung. Der Betrieb am einphasigen Netz soll jedoch zur Erläuterung der Schaltungen verwendet werden.

15.4.1 Mittelpunktschaltung M2

Die Mittelpunktschaltung erfordert einen Transformator mit zwei sekundärseitigen Wicklungen. Dies macht die Mittelpunktschaltung für neue Entwicklungen uninteressant, da Transformatoren relativ teure Bauelemente sind.

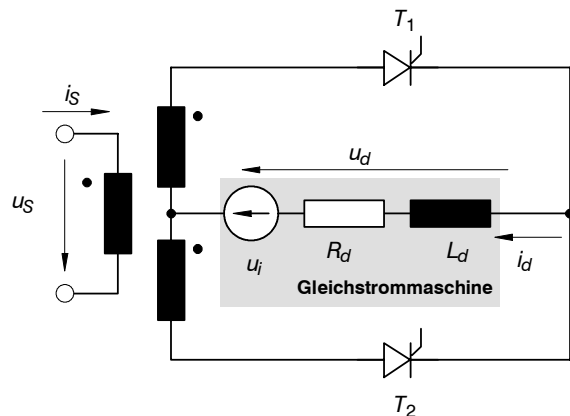


Bild 3.10: M2-Schaltung

Über die Thyristoren T_1 und T_2 kann die positive und die negative Halbwelle der Netzspannung für die Last (GM) genutzt werden. Durch Gate-Impulse kann der Mittelwert der Spannung verändert werden.

15.4.2 Brückenschaltung B2

Die Brückenschaltung erfordert keinen Transformator. Dafür werden aber vier Thyristoren benötigt.

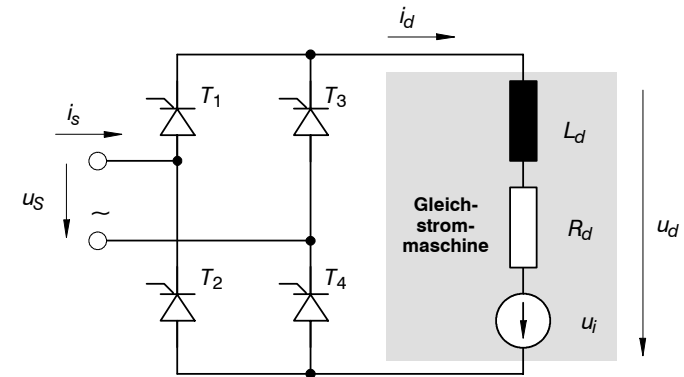


Bild 3.11: B2-Schaltung

Hier werden jeweils die Gate-Impulse für die Thyristoren T_1 und T_4 sowie für das Paar T_2 und T_3 gleichzeitig erzeugt. Dies ermöglicht ebenfalls eine Ausnutzung der positiven und der negativen Halbwelle der Netzspannung.

15.5 Berechnung der mittleren Gleichspannung $\overline{u_d}$

Die Netzspannung wird beschrieben als

$$u_s(\tau) = \sqrt{2} U_s \sin(\tau) \tag{3.5}$$

Dabei ist τ der Winkel $\omega\tau$ (ω = Kreisfrequenz).

Der Winkel, bei dem der Thyristor eingeschaltet wird, bezeichnet man als Steuerwinkel (oder aus historische Gründen auch Zündwinkel).

Der Steuerwinkel erhält das Symbol α . Der Bereich beträgt $0 \leq \alpha < \pi$. Der Mittelwert der Spannung u_d folgt dann aus dem Integral

$$\begin{aligned} \overline{u_d} &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2} U_s \sin(\tau) d\tau = -\frac{\sqrt{2} U_s}{\pi} \cos(\tau) \Big|_{\alpha}^{\pi+\alpha} \\ &= -\frac{\sqrt{2} U_s}{\pi} [\cos(\pi + \alpha) - \cos(\alpha)] = \frac{\sqrt{2} 2 U_s}{\pi} \cos(\alpha) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Bei Variation des Steuerwinkels α kann der Mittelwert der Spannung also zwischen der maximalen Spannung

$$\bar{u}_{d\max} = \frac{2\sqrt{2}U_s}{\pi} \quad (3.7)$$

für $\alpha = 0$ bis zur negativen Spannung

$$\bar{u}_{d\min} = -\frac{2\sqrt{2}U_s}{\pi} \quad (3.8)$$

für $\alpha = \pi$ verändert werden. Eine detaillierte Untersuchung der verwendeten Schaltungen ergibt, dass α einen geringen Abstand zum Winkel π einhalten muss (Wechselrichterkippen). Für $\alpha = \pi/2$ wird der Mittelwert der Ausgangsspannung null. Den Bereich $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ nennt man Gleichrichterbetrieb (positive Ausgangsspannung); der Bereich $\pi/2 < \alpha < \pi/2$ wird als Wechselrichterbetrieb bezeichnet.

15.6 Beispiel: Verläufe von Strom und Spannung bei der B2-Schaltung

- a) Untersuchen Sie das Verhalten der B2-Schaltung für verschiedene Steuerwinkel α

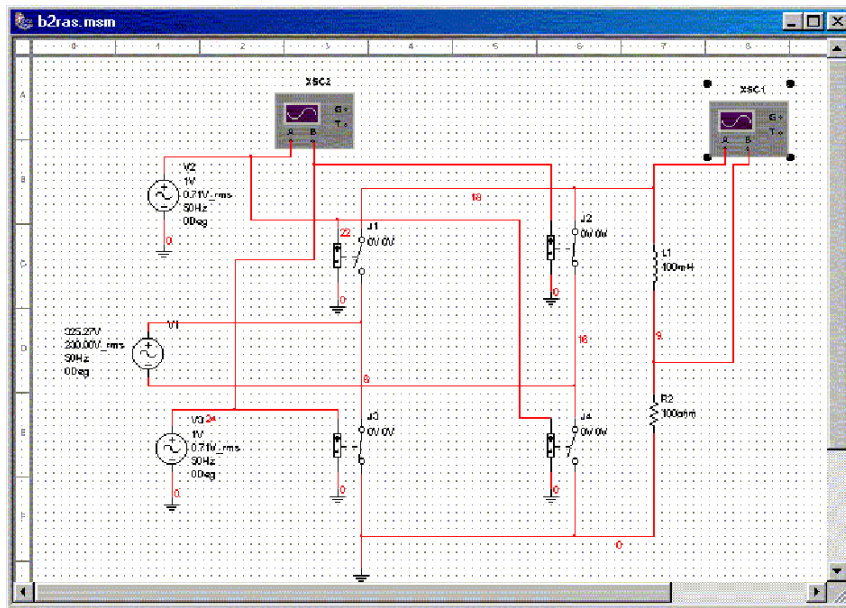


Bild 3.12: Schaltung für B2-Simulation

15.7 Drehstrom-Brückenschaltung – B6

Einphasige Schaltungen werden selten verwendet, da die Drehstrom-Brücke wesentlich bessere Eigenschaften aufweist. Es werden lediglich zwei Thyristoren mehr benötigt.

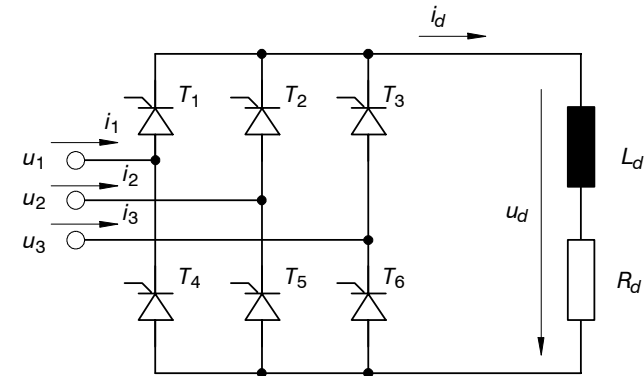


Bild 3.13: Drehstrom-Bücke mit ohmsch-induktiver Last

Auch hier setzt sich die Spannung u_d an der Last aus geeignete Teilen der Netzspannung zusammen. allerdings treten hier die sogenannten verketteten Spannungen zwischen den Phasen eines Drehstromsystems auf. Ohne Transformator beträgt die verkettete Spannung in Europa 400V.

Der Steuerwinkel $\alpha = 0$ bedeutet "Diodenbetrieb", d.h. die Thyristoren leiten den Strom sobald die Spannung in Flussrichtung anliegt. Das folgende Diagramm zeigt Spannungen und Ströme für $\alpha = 50^\circ$.

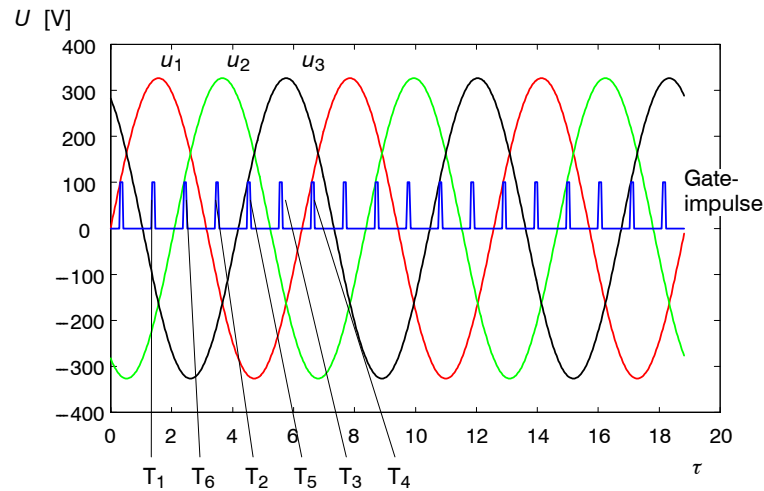


Bild 3.14: Dreiphasige Spannungen und Zündimpulse für $\alpha = 50^\circ$

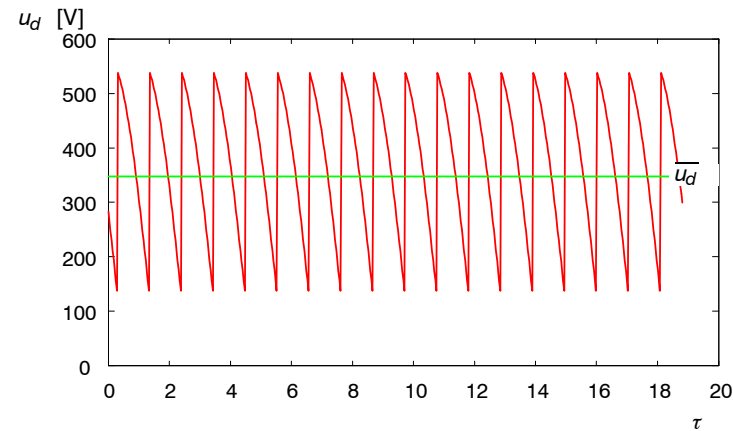


Bild 3.15: Verlauf der ungeglätteten Gleichspannung u_d

Die Spannung u_d besteht immer aus geeigneten Ausschnitten der Netzspannung. Der Mittelwert wird mit $\overline{u_d}$ bezeichnet. Da sich der Verlauf von u_d alle 60° wiederholt, genügt es, die Integration zur Berechnung des Mittelwertes auf 60° zu beschränken. Wir betrachten nur den Verlauf der Spannung $u_1 - u_2$.

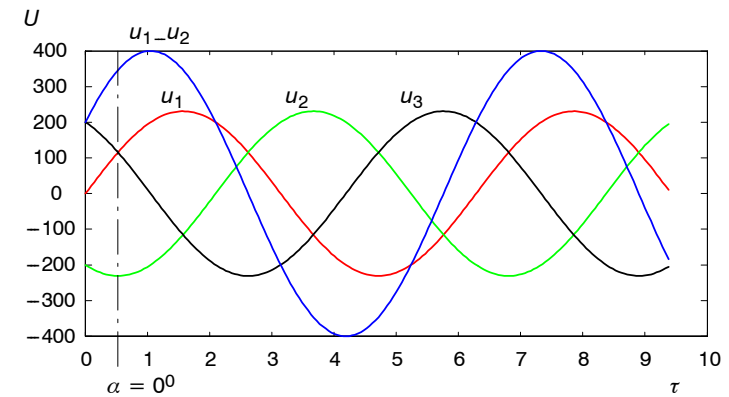


Bild 3.16: Dreiphasiges Spannungssystem und Verlauf der Spannung $u_1 - u_2$

Für $\alpha = 0^\circ$ erhält man einen Ausschnitt aus der Spannung über einen Winkel von $\pi/3$, die an der gekennzeichneten Stelle beginnt. Wird α vergrößert, verschiebt sich einfach der Spannungsausschnitt. Der Mittelwert der Spannung berechnet sich damit gemäß

$$\begin{aligned} \overline{u_d} &= \frac{3}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi/3+\alpha} (u_1(\tau) - u_2(\tau)) \tau = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi/3+\alpha} \sqrt{3} \sqrt{2} U \sin\left(\tau + \frac{\pi}{3}\right) d\tau \\ &= -\frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}U}{\pi} \cos\left(\tau + \frac{\pi}{3}\right) \Big|_{\alpha}^{\pi/3+\alpha} \\ &= \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}U}{\pi} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Mit Hilfe des Additionstheorems

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \tag{3.10}$$

folgt

$$\begin{aligned} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) &= \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \\ &\quad - \cos \alpha \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \alpha \sin \frac{2\pi}{3} = \cos \alpha. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Damit folgt für den Mittelwert der Spannung

$$\overline{u_d} = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}U}{\pi} \cos \alpha. \tag{3.12}$$

Für $\alpha = 50^\circ$ erhält man (s. Bild 3.15)

$$\bar{u}_d = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}230V}{\pi} \cos 50^\circ = 345.8V. \quad (3.13)$$

Im Bereich $0 \leq \alpha < 90^\circ$ ist die Spannung positiv (Gleichrichterbetrieb). Bei 90° beträgt der Mittelwert null und im Bereich $90^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ tritt negative Spannung auf (Wechselrichterbetrieb).

Aufgrund der durch die Thyristoren festgelegten Stromrichtung wird bei positiver Spannung Leistung aus dem Netz bezogen und bei negativer Spannung Leistung in das Netz zurückgespeist.

15.7.1 Phasenströme

Der prinzipielle Verlauf der Ströme in den einzelnen Phasen des Netzes kann für den Fall einer großen Glättungsinduktivität erläutert werden. In diesem Fall ist der Strom i_d konstant. Der Ströme in den einzelnen Phasen sind dann abschnittsweise konstant bzw. null. Welche Phase dann den Strom führt, ist eindeutig durch den jeweils leitenden Thyristor bestimmt.

Leitet beispielsweise der Thyristor T_1 , so ist $i_1 = i_d$; leitet T_4 , so gilt $i_1 = -i_d$. Für den Winkel $\alpha = 50^\circ$ lässt sich folgender Stromverlauf konstruieren.

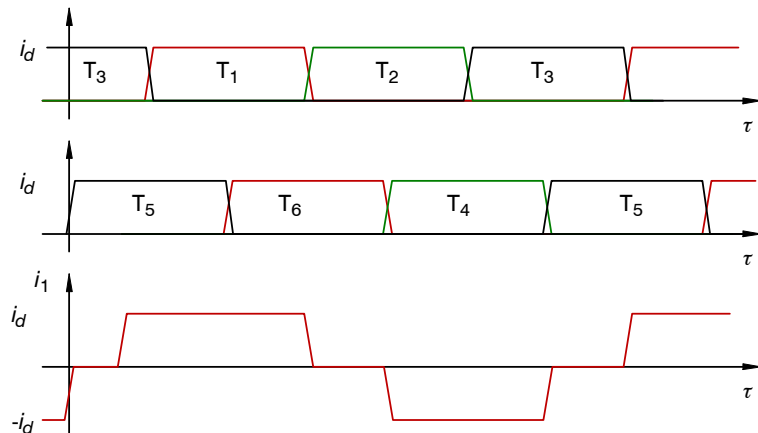


Bild 3.17: Ströme durch die Thyristoren und Phasenstrom i_1 bei der B6-Brücke

Die anderen Phasenströme weisen die gleich Form auf. Sie sind jeweils um $2\pi/3$ phasenverschoben. Mit dem Steuerwinkel α wird der Phasenstrom gegenüber der Phasenspannung verschoben. Dies erzeugt eine erhebliche *Blindleistung*.

15.7.2 Umkehrstromrichter

Wird auch die negative Stromrichtung benötigt, so kann der Umkehrstromrichter eingesetzt werden. Es besteht aus zwei unabhängigen B6-Brücken.

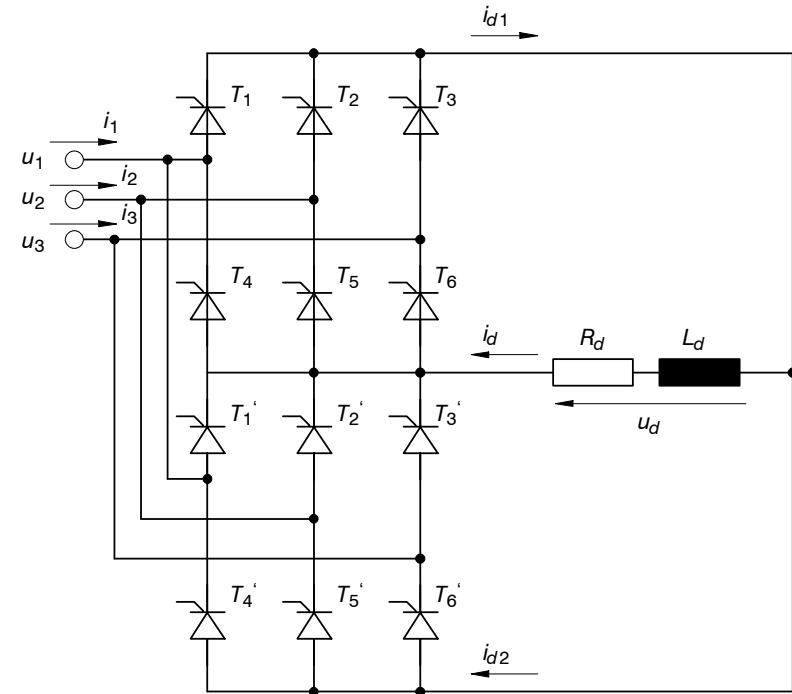


Bild 3.18: Umkehrstromrichter

Für positive Stromrichtung i_d wird der obere Stromrichter eingesetzt. Entsprechend muss der untere Teil bei negativem Strom eingesetzt werden. Die Teilstromrichter dürfen nicht gleichzeitig im Betrieb sein, da sonst zwei Phasen über die Thyristoren kurzgeschlossen würden. Die einzelnen Betriebsarten lassen sich im u_d / i_d -Diagramm darstellen.

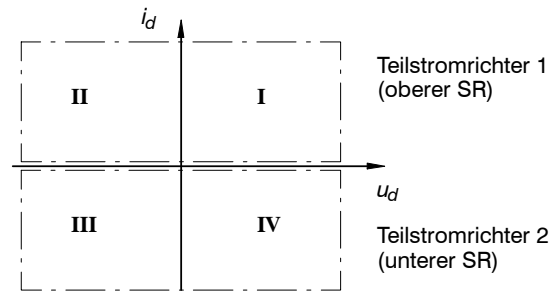
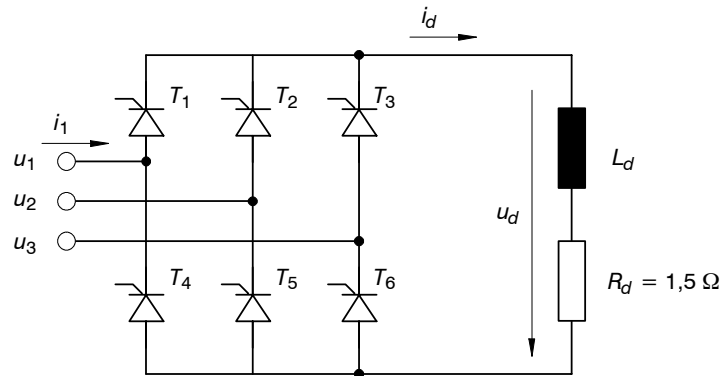


Bild 3.19: Quadranten des netzgeführten Stromrichters

Der Umkehrstromrichter gestattet also einen Betrieb in allen vier Quadranten der Spannungs-Strom-Ebene. Dies entspricht bei der Gleichstrommaschine einen Betrieb in allen Quadranten der Drehzahl-Drehmoment-Ebene.

15.7.3 Übung: Berechnung des Steuerwinkels α

Über die folgenden Drehstrom-Brückenschaltung wird ein Verbraucher mit Gleichstrom versorgt.



Die drei Spannungen u_1, u_2 und u_3 bilden ein symmetrisches Drehstromsystem und haben eine Spannung mit dem Effektivwert $U = 230V$. Es soll ein mittlerer Gleichstrom $i_d = 300A$ fließen.

- a) Wie lautet der Zusammenhang zwischen der mittleren Gleichspannung \bar{u}_d und dem Steuerwinkel α ?
- b) Welche mittlere Gleichspannung \bar{u}_d wird benötigt (für $i_d = 300A$)?

- c) Welcher Steuerwinkel α muss folglich eingestellt werden?

Lösung:

- a) $\bar{u}_d = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2} U_S}{\pi} \cos(\alpha)$
- b) $\bar{u}_d = R_d i_d = 1,5\Omega \cdot 300A = 450V$
- c) $\alpha = \arccos\left[\frac{\bar{u}_d \pi}{3\sqrt{3}\sqrt{2} U_S}\right] = \arccos\left(\frac{450V \pi}{3\sqrt{3}\sqrt{2} \cdot 230V}\right) = 33,23^\circ$

16 Selbstgeführte Stromrichter

Selbstgeführte Stromrichter ermöglichen eine Versorgung mit beliebigen Spannungen, Strömen und Frequenzen sowie einen Betrieb in allen Quadranten der Spannungs-/Stromebene. Zum Aufbau werden voll steuerbare Bauelemente wie GTOs, BJTs, MOSFETs und heute überwiegend IGBTs (bis ca. 1 MW Leistung) verwendet.

Die Schaltung zur Versorgung eines Gleichstromantriebs ist in Bild dargestellt.

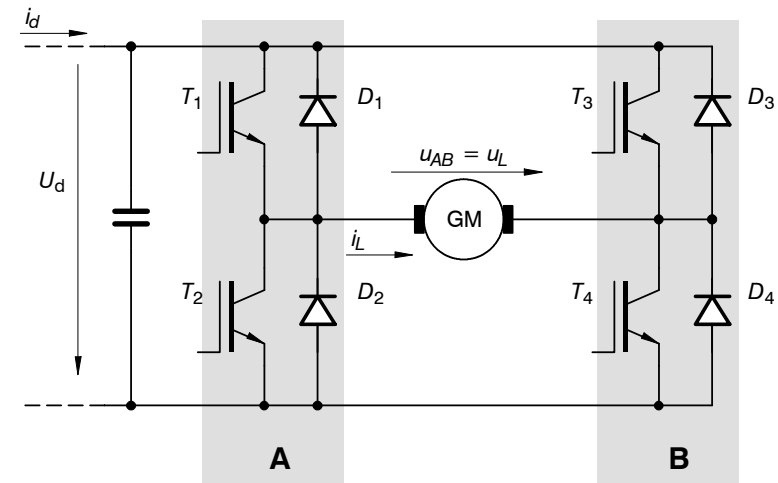


Bild 3.20: Selbstgeführter Stromrichter

Man bezeichnet die selbstgeführten Stromrichter auch als Frequenzumrichter, da sich nahezu beliebige Ausgangsfrequenzen erzeugen lassen. Kennzeichnend für selbstgeführte

Stromrichter ist ein *Gleichspannungs-* oder *Gleichstromzwischenkreis* als Energiespeicher. Im folgenden soll die häufigste Form – der Spannungszwischenkreis-Umrichter – behandelt werden (U-Umrichter).

Die sogenannte “Halbbrücke” kann als Grundmodul angesehen werden, mit dem einphasige und mehrphasige Stromrichter konstruiert werden.

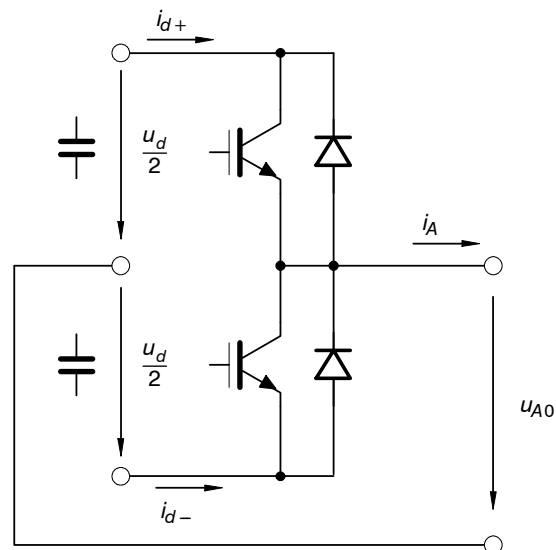


Bild 3.21: Halbbrücke

Die Aufteilung der Zwischenkreisspannung u_d auf $2 \times u_d/2$ ist erforderlich, um für u_{A0} ein eindeutiges Potential angeben zu können. Dieser Mittelpunkt erhält das Potential 0.

16.1 Schaltfunktion bei einer Halbbrücke

Systemtheoretische Betrachtung = idealisierte Beschreibung zur Entwicklung der Ansteuerstrategie.

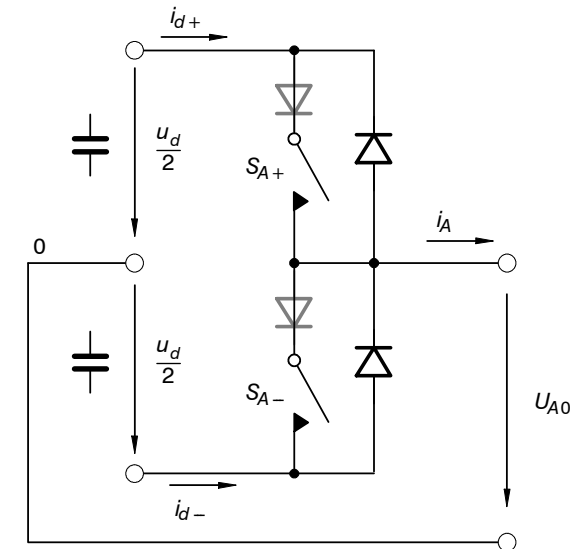


Bild 3.22: Idealisierte Beschreibung der Halbleiterschalter

Die Schalter S_{A+} bzw. S_{A-} können nur die zwei Werte 0 (= Schalter offen) und 1 (= Schalter geschlossen) annehmen:

$$S_{A+} \in \{0, 1\}, S_{A-} \in \{0, 1\}. \quad (3.14)$$

Fälle:

1. $S_{A+} = 1, S_{A-} = 0$: i_A fließt durch oberes Schaltelement (unabhängig von der Richtung des Stromes i_A , $U_{A0} = +U_d/2$).
2. $S_{A+} = 0, S_{A-} = 1$: i_A fließt durch unteres Schaltelement (unabhängig von der Richtung des Stromes i_A , $U_{A0} = -U_d/2$).
3. $S_{A+} = 1, S_{A-} = 1$: Umrichter kaputt.
4. $S_{A+} = 0, S_{A-} = 0$: undefinierter Zustand, da die Spannung von der Richtung des Stromes i_A abhängt.

Für den Betrieb des Stromrichters werden nur die Fälle 1. und 2. verwendet

$$S_{A+} + S_{A-} \stackrel{!}{=} 1. \quad (3.15)$$

Ausgangsspannung:

$$u_{A0} = (S_{A+} - S_{A-}) \frac{u_d}{2}. \quad (3.16)$$

Zwischenkreisströme:

$$i_{d+} = S_{A+} i_A, \quad (3.17)$$

$$i_{d-} = S_{A-} i_A. \quad (3.18)$$

16.1.1 Schaltfunktion

Beschränkt man sich auf die Fälle 1. und 2. (3.15), so kann Bild 3.22 durch einen Umschalter ersetzt werden (Bild 3.23).

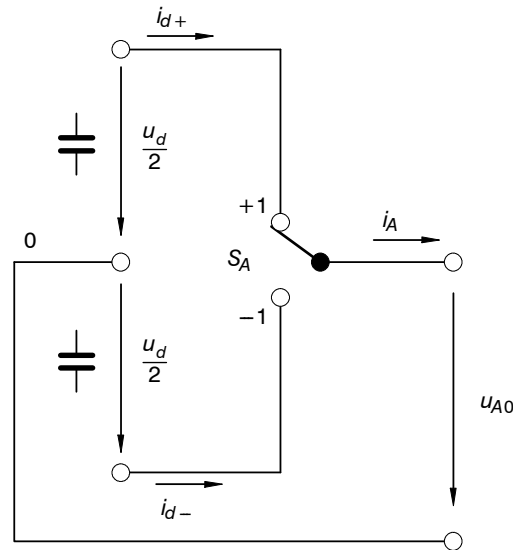


Bild 3.23: Vereinfachung von Bild 3.22 mit Umschalter

Die sogenannte Schaltfunktion S_A beschreibt die Stellung des Umschalters

$$S_A \in \{-1, 1\}. \quad (3.19)$$

Zusammenhang mit Schalterstellungen

$$S_A = S_{A+} - S_{A-}. \quad (3.20)$$

Aus S_A folgen mit (3.15) die Schalterstellungen (Probe durch Einsetzen)

$$S_{A+} = \frac{1 + S_A}{2}, \quad (3.21)$$

$$S_{A-} = \frac{1 - S_A}{2}. \quad (3.22)$$

Für Spannungen und Ströme folgt

$$u_{A0} = S_A \frac{u_d}{2}, \quad (3.23)$$

$$i_{d+} = \frac{1 + S_A}{2} i_A, \quad (3.24)$$

$$i_{d-} = \frac{1 - S_A}{2} i_A. \quad (3.25)$$

16.2 Kurzzeit-Mittelwert

Ziel einer Steuerung für einen selbstgeführten (U-) Stromrichter ist Bereitstellung von beliebigen Spannungen. Da über eine Halbbrücke jedoch nur die Spannungen $U_d/2$ einstellbar sind, kann nur der sogenannte *Kurzzeit-Mittelwert* der Ausgangsspannung eingestellt werden.

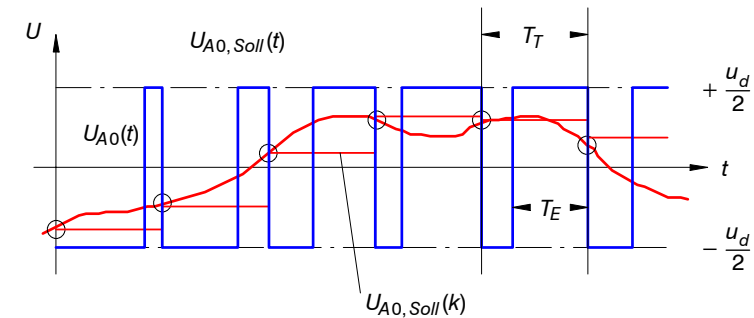


Bild 3.24: Zur Definition des Kurzzeit-Mittelwertes

Der Kurzzeit-Mittelwert bezieht sich auf das Taktintervall T_T der Schaltfrequenz f_S

$$\bar{u}_{A0} = \frac{1}{T_T} \int_{t-\frac{T_T}{2}}^{t+\frac{T_T}{2}} u_{A0}(\tau) d\tau. \quad (3.26)$$

Man erkennt, dass eine möglichst hohe Schaltfrequenz zur genauen Nachbildung der "Sollspannung" $U_{A0,soll}$ vorteilhaft ist.

Ausgangsspannungen mit einem Betrag größer als $U_d/2$ lassen sich natürlich nicht erzeugen. Innerhalb dieses Bereichs muss die Einschaltdauer T_E proportional zu $U_{A0,soll}$ gewählt werden

$$\frac{T_E}{T_T} = \frac{1}{2} + \frac{u_{A0,Soll}}{u_d} \quad (3.27)$$

16.3 Modulationsfunktion m_A

Die Schaltfunktion S_A beschreibt den *augenblicklichen* Zustand der Schalter und gibt damit auch die augenblickliche Spannung wieder. Betrachtet man dagegen Kurzzeit-Mittelwerte, so ist eine Beschreibung mit der sogenannten Modulationsfunktion sinnvoller.

Bei hinreichend hoher Schaltfrequenz kann man u_d für eine Taktperiode T_T als konstant ansehen

$$\bar{u}_{A0} = \overline{S_A \frac{u_d}{2}} = \overline{S_A} \frac{u_d}{2} \triangleq m_A \frac{u_d}{2} \quad (3.28)$$

Den Kurzzeit-Mittelwert der Schaltfunktion S_A bezeichnet man als Modulationsfunktion m_A . Die Modulationsfunktion $m_A(t)$ ist eine kontinuierliche Funktion und ist bei festem Taktintervall T_T proportional zum augenblicklichen Tastverhältnis (3.27).

Bei induktiver Last nimmt man häufig den Phasenstrom i_A während eines Taktintervalls als konstant an, so dass sich die Mittelwerte

$$\bar{i}_{d+} = \overline{\frac{1 + s_A}{2} i_A} = \frac{1 + \overline{s_A}}{2} i_A \triangleq \frac{1 + m_A}{2} i_A, \quad (3.29)$$

$$\bar{i}_{d-} = \overline{\frac{1 - s_A}{2} i_A} = \frac{1 - \overline{s_A}}{2} i_A \triangleq \frac{1 - m_A}{2} i_A \quad (3.30)$$

ebenfalls in Abhängigkeit von der Modulationsfunktion schreiben lassen.

16.4 Einphasige Brücke

Die einphasige Brücke besteht aus zwei Halbbrücken mit den Schaltfunktionen S_A und S_B (Bild 3.25).

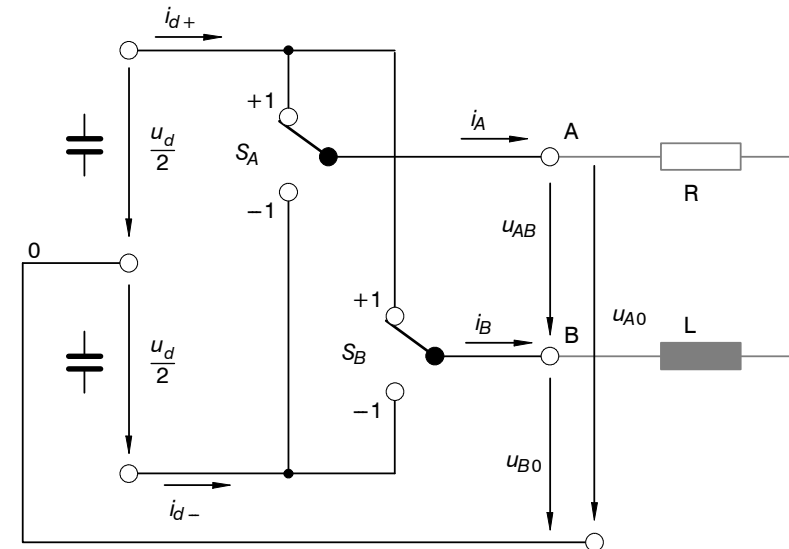


Bild 3.25: Schaltfunktionen für einphasige Brücke

Für die Ströme gilt in dieser Schaltung

$$i_{d-} = -i_{d+}, \quad i_B = -i_A. \quad (3.31)$$

Die Spannung an der Last u_{AB} folgt aus den Schaltfunktionen S_A und S_B sowie der Zwischenkreisspannung u_d

$$u_{AB} = u_{A0} - u_{B0} = (S_A - S_B) \frac{u_d}{2}. \quad (3.32)$$

Anzumerken ist, dass das Potential $u_d/2$ nur als Rechengröße dient und in der ausgeführten Schaltung weder gemessen noch benötigt wird.

Der Zwischenkreisstrom i_d ist ebenfalls eine Funktion der Schaltfunktionen

$$i_d = (S_A - S_B) \frac{i_A}{2}. \quad (3.33)$$

Wenn beide Schalter gleiche Position haben, ist der Zwischenkreisstrom also null.

Für die *Kurzzeit-Mittelwerte* gelten die entsprechenden Beziehungen mit den Modulationsfunktionen $m_A(t)$ sowie $m_B(t)$

$$\bar{u}_{AB} = (m_A - m_B) \frac{u_d}{2}, \quad (3.34)$$

$$\bar{i}_d = (m_A - m_B) \frac{i_A}{2}. \quad (3.35)$$

Da sich jeweils nur die Differenz der Modulationsfunktionen auf Spannung und Strom an der Last auswirken, wählt man im allgemeinen m_A und m_B **entgegengesetzt gleich**

$$m_B = -m_A \quad (3.36)$$

und definiert eine "gesamte" Modulationsfunktion

$$m \triangleq m_a = -m_B \quad (3.37)$$

Damit lassen sich (3.34) und (3.35) endgültig schreiben

$$\overline{u_{AB}} = m u_d \quad (3.38)$$

und

$$\overline{i_d} = m i_A \quad (3.39)$$

16.5 Übung: Selbstgeführter Stromrichter

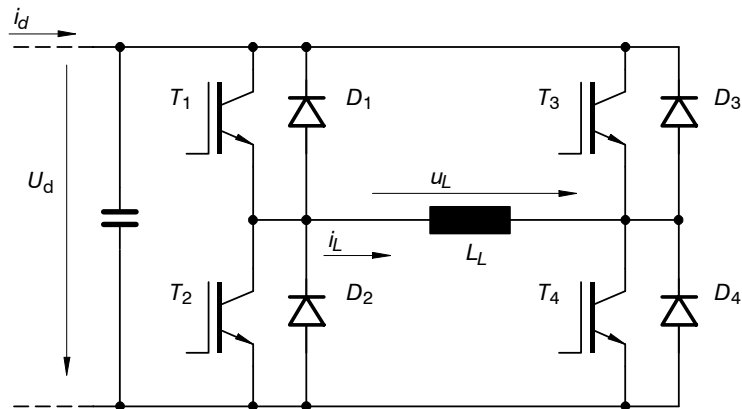
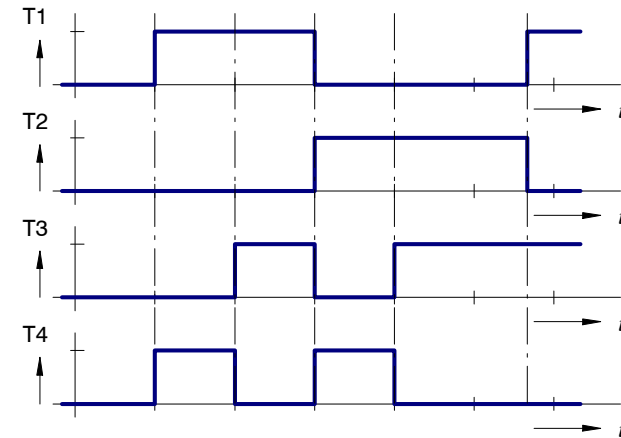


Bild 3.26: Selbstgeführter Stromrichter mit rein induktiver Last

Das Bild zeigt eine einphasige Brücke. Alle Bauelemente können als ideal angenommen werden. Die Transistoren werden wie folgt angesteuert.

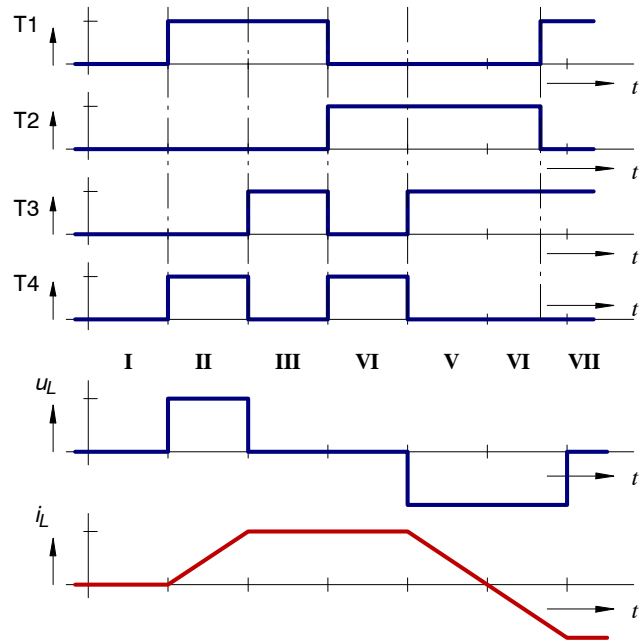


Für den Strom gelte $i_L(t=0) = 0$.

- Skizzieren Sie den Verlauf der Spannung u_L . Der Zusammenhang zwischen der Ansteuerung des Stromrichters und der Spannung muss ersichtlich sein.
- Welchen Verlauf hat der Strom i_L ? (Skizze)

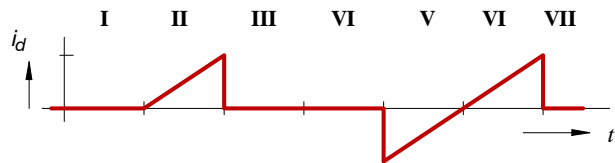
Lösung:

- s. folgende Skizze.



- b) I: ---
 II: T1 – T4
 III: T1 – D3
 IV: D2 – T4
 V: D2 – D3
 VI: T2 – T3
 VII: D1 – T3

c) s. folgende Skizze.



16.6 Modulation

Unter Modulation versteht man in der Leistungselektronik die Umsetzung einer stetigen (kontinuierlichen) Größe in ein diskretes (digitales) Signal.

Modulation = Umsetzung kontinuierlich → digital.

Der Kurzzeit-Mittelwert des digitalen Signals entspricht dabei genau dem Wert des kontinuierlichen Signals. Das Prinzip basiert auf dem Vergleich des kontinuierlichen Signals mit einer Funktion, die die Amplitude *linear* mit der Zeit verknüpft. Diese *Trägerfunktion* ist entweder eine Sägezahnfunktion oder häufiger die Dreieckfunktion. Die Frequenz der Trägerfunktion hat keinen Einfluss auf den Mittelwert, jedoch wird hiermit die *Schaltfrequenz* des Stromrichters bestimmt.

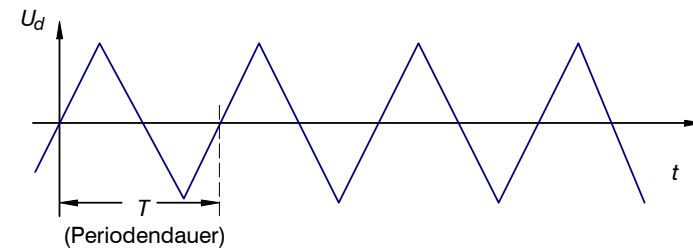


Bild 3.27: Dreieckfunktion mit der Amplitude 1

Die häufigste Form der Modulation ist die Pulsweiten-Modulation (PWM, früher Pulsbreiten-Modulation genannt). Das Blockschaltbild ist ist Bild 3.28 dargestellt.

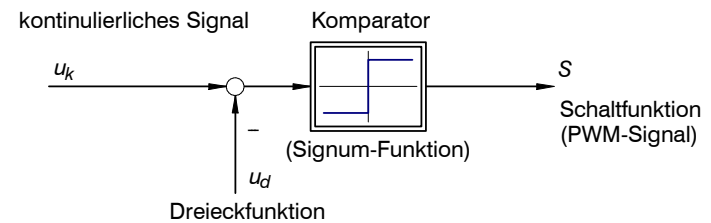


Bild 3.28: PWM

Der Ausgang der PWM ist die Schaltfunktion *S*. Die Umschaltunkte sind jeweils die Schnittpunkte beider Funktionen.

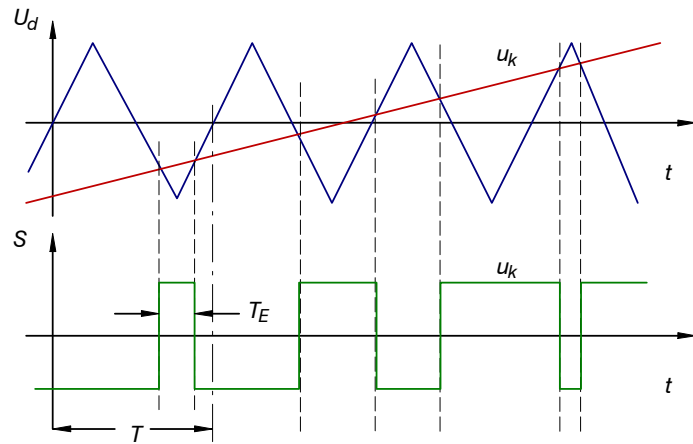


Bild 3.29: Vergleich der Dreieckfunktion mit einem kontinuierlichen Signal u_k

Die Modulationsfunktion ist der Mittelwert der Schaltsfunktion über eine Periode T .

$$m = \bar{S} = \frac{(-1)(T - T_E) + T_E}{T} = \frac{2T_E - T}{T} \quad (3.40)$$

Daraus folgt umgekehrt die Berechnungsvorschrift für

$$T_E = \frac{mT + T}{2} = T \frac{m + 1}{2} \quad (3.41)$$

Für $m = 0$ folgt damit $T_E = T/2$. Die Beziehung (3.41) wird für eine Verwirklichung des Modulators mit Mikrocontrollern oder DSPs benötigt. Bei einer analogen Realisierung ist das Signal u_k schon proportional zur Modulationsfunktion m .

Die Ansteuersignale für die einzelnen Transistoren können nun leicht aus der Schaltsfunktion erzeugt werden (s. Abschnitt 16.1.1)

$$S_{A+} = \frac{1 + S_A}{2}, \quad S_{A-} = \frac{1 - S_A}{2} \quad (3.42)$$

Das Blockdiagramm zur Berechnung der Ansteuersignale zeigt Bild 3.30.

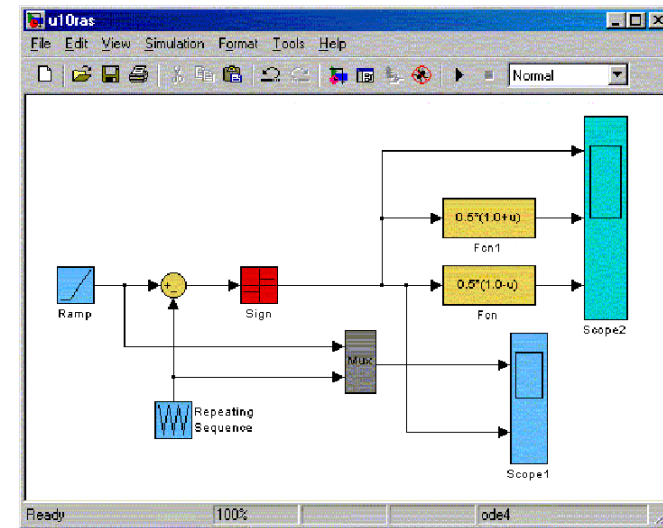


Bild 3.30: Erzeugung der Ansteuersignale für eine Halbbrücke

16.7 Einphasige Brücke (selbstgeführter Stromrichter)

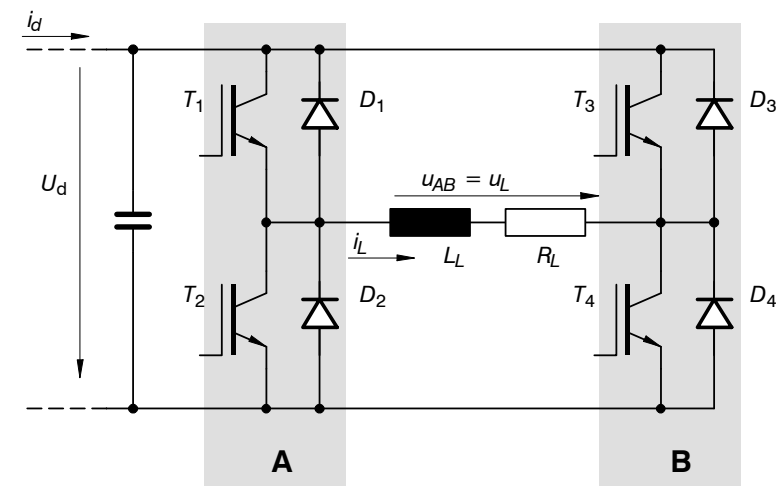


Bild 3.31: Selbstgeführter Stromrichter mit ohmsch-induktiver Last

Das Bild zeigt eine einphasige Brücke bestehend aus den Halbbrücken A und B. Alle Bauelemente können als ideal angenommen werden.

Für die Kurzzeit-Mittelwerte (bezogen auf die Taktperiode T_T) der Spannung gilt $\bar{u}_L = m U_d$ (m ist die Modulationsfunktion, $-1 \leq m \leq 1$). Üblicherweise wählt man $m_A = -m_B = m$.

- Skizzieren Sie die Ansteuersignale für *alle* Transistoren $T_1 - T_4$ (nur logische 0- oder 1-Werte) für die Fälle $m = 0,8$ und $m = -0,8$.
- Welchen Verlauf haben die Spannung u_L und der Strom i_L in beiden Fällen für die ohmsch-induktive Last? (Skizze)

Lösung:

- Die Modulationsfunktion m ist der Mittelwert der Schaltfunktion S . Der Mittelwert der Ansteuerung eines oberen Transistors ist

$$\bar{S}_{A+} = \frac{1 + \bar{S}}{2} = \frac{1 + m}{2}.$$

Entsprechend gilt für den unteren Transistor

$$\bar{S}_{A-} = \frac{1 - \bar{S}}{2} = \frac{1 - m}{2}.$$

Für $m = 0$ ist der Mittelwert null, d.h. das Tastverhältnis ist 50%. Der Zusammenhang zwischen der Einschaltzeit t_{on} und der Modulationsfunktion m lautet somit $t_{on,A} = \frac{1+m}{2} T_T$. Dies gilt für die Halbbrücke A. Für die Halbbrücke

B gilt $t_{on,B} = \frac{1-m}{2} T_T$.

Für $m = 0,8$ folgt $t_{on,A} = 0,9 T_T$ bzw. $t_{on,B} = 0,1 T_T$.

Für $m = -0,8$ folgt $t_{on,A} = 0,1 T_T$ bzw. $t_{on,B} = 0,9 T_T$.

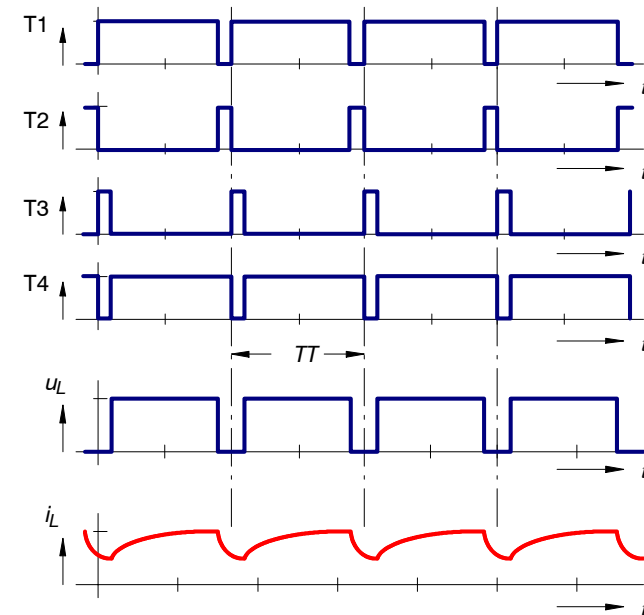


Bild 3.32: Verläufe der Ansteuersignale sowie Strom und Spannung auf der Lastseite (Modulationsgrad $m = 0,8$)

Es existieren unendlich viele Lösungen, da t_{on} an beliebiger Stelle innerhalb der Taktperiode T_T auftreten darf. In allen Fällen ist der Mittelwert der Ausgangsspannung $u_L = m U_d$.

- s. folgendes Diagramm

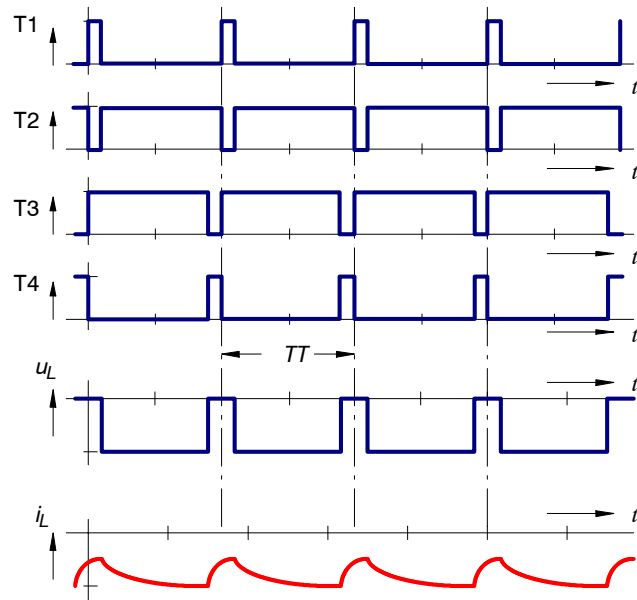


Bild 3.33: Verläufe der Ansteuersignale sowie Strom und Spannung auf der Lastseite (Modulationsgrad $m = -0.8$)

16.8 Simulation des selbstgeführten Stromrichters (einphasig)

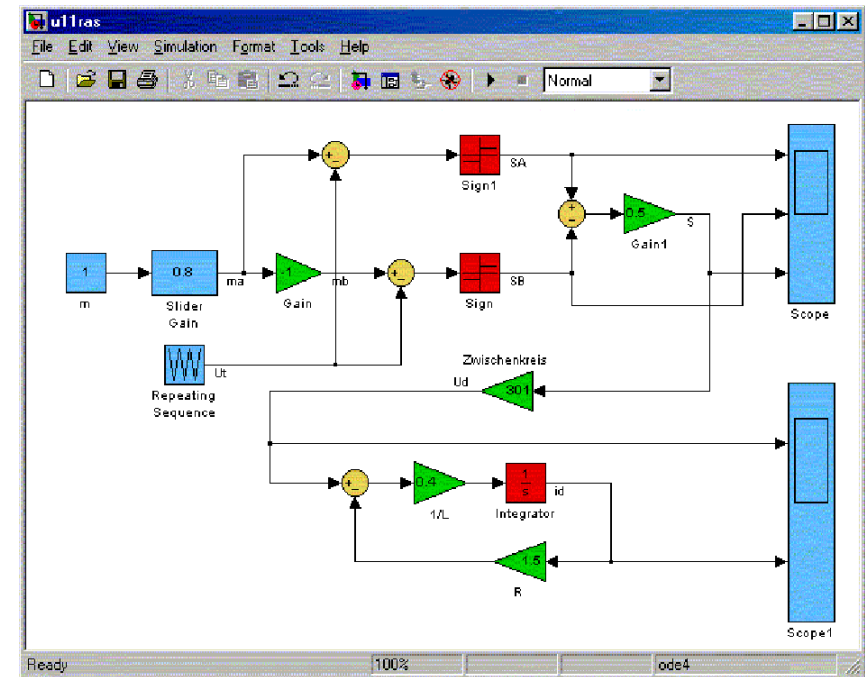


Bild 3.34: Simulation zum selbstgeführten Stromrichter

- Untersuchen Sie die Verläufe der Schaltfunktionen für unterschiedliche Werte von m .
- Untersuchen Sie den Zusammenhang von S , der Spannung u_d sowie dem Strom i_d .

17 Sensortechnik

Die Regelung von industriellen Prozessen erfordert eine Messung der wesentlichen Prozessgrößen. Sensoren wandeln ein Signal in einen Messwert um, der eine – für die folgende Signalverarbeitung – geeignete Form aufweist. Grundsätzlich zu unterscheiden sind Sensoren mit analogem oder digitalem Ausgang.

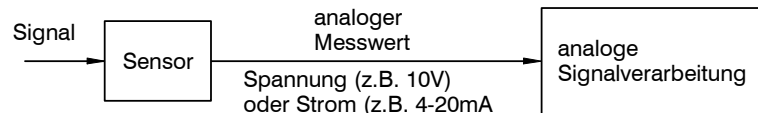


Bild 4.1: Analoge Signalverarbeitung

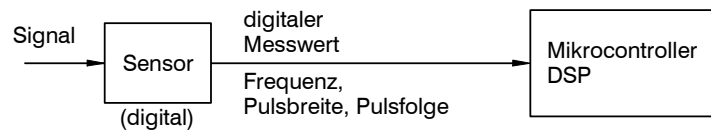
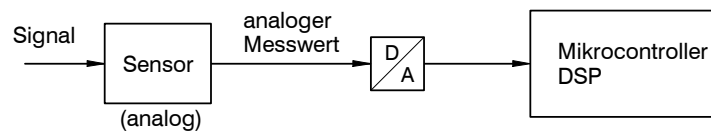


Bild 4.2: Digitale Signalverarbeitung

18 Messung hoher Ströme und Spannungen

Strom- und Spannungssensoren haben die Aufgabe, Messwerte auf dem Spannungsniveau der signalverarbeitenden Schaltung zu liefern. Häufig wird gleichzeitig eine galvanische Isolation gefordert, um eine zuverlässige Signalverarbeitung zu gewährleisten.

18.1 Messung von Spannungen und Strömen mit Transformatoren

Falls ausschließlich Wechselspannungen und -ströme zu messen sind, kann die Umsetzung auf niedrige Werte mit Hilfe von Messtransformatoren erfolgen. Transformatoren gewährleisten auch einer galvanische Trennung.

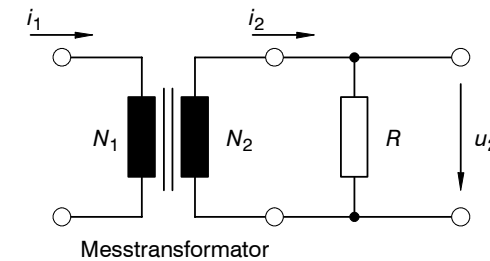


Bild 4.3: Prinzip der Strommessung mit Messtransformator

Ein großer Strom i_1 auf der Primärseite führt bei einem Windungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{N_2}{N_1} > 1 \quad (4.1)$$

zu einem kleinen Strom i_2 auf der Sekundärseite

$$\ddot{u} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{i_1}{i_2}, \quad i_2 = \frac{i_1}{\ddot{u}}. \quad (4.2)$$

Die Spannung u_2 ist dann auf einem geeigneten Potential zur Verarbeitung des Signals. Zu beachten ist, dass der Transformator niemals im Leerlauf betrieben werden darf, da sonst extrem hohe Spannungen (aufgrund der Übersetzung \ddot{u}) auftreten würden.

Eine Spannungsmessung erfolgt mit einer ähnlichen Schaltung; nur ist das Windungsverhältnis umgekehrt

$$\ddot{u} = \frac{N_2}{N_1} < 1 \quad (4.3)$$

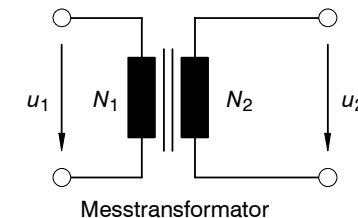


Bild 4.4: Prinzip der Spannungsmessung mit Messtransformator

$$\ddot{u} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{u_2}{u_1}, \quad u_2 = i_1 \ddot{u}. \quad (4.4)$$

Bei dieser Schaltung ist zu beachten, dass die Sekundärseite möglichst wenig belastet werden sollte, um eine genaue Messung zu gewährleisten. Bei einem Kurzschluss der Sekundärseite können sehr hohe Ströme fließen (aufgrund der Übersetzung \ddot{u}).

Messungen mit Transformatoren können nicht für Gleichsignale (DC) eingesetzt werden.

18.2 Hall-Sensor

Die Sensoren basieren auf dem Hall-Effekt, der eine Messung der magnetischen Induktion ermöglicht. Die Messung eines Strom erfolgt also indirekt durch das vom Strom verursachte Magnetfeld.

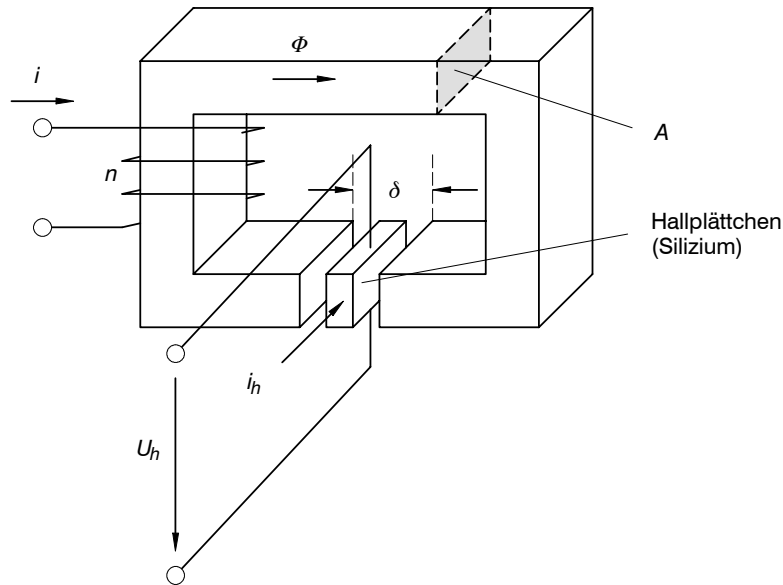


Bild 4.5: Hall-Sensor zur Strommessung

Für den Fluss im Luftspalt (Länge δ) gilt

$$\Phi = \Lambda \Theta = \Lambda n i . \quad (4.5)$$

Dabei ist Λ der magnetische Leitwert, der im wesentlichen von dem Luftspalt bestimmt wird (die relative Permeabilität μ_r im Eisen ist sehr hoch)

$$\Lambda = \mu_0 \frac{A}{\delta} . \quad (4.6)$$

Die sogenannte Hall-Spannung eines stromdurchflossenen Silizium-Plättchens ist proportional zur magnetischen Induktion

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1}{A} \mu_0 \frac{A}{\delta} n i = \frac{\mu_0}{\delta} n i . \quad (4.7)$$

Es folgt somit

$$U_H \sim B \sim i . \quad (4.8)$$

Hall-Sensoren ermöglichen das potenzialfreie Messen von Strömen (auch DC).

Der lineare Zusammenhang (4.8) gilt streng genommen jedoch nicht, da der Zusammenhang zwischen B und i (bzw. H) in ferromagnetischen Material nichtlinear ist. Hierfür sind zwei Effekte verantwortlich: Hysterese und Sättigung.

Wesentlich genauere Messungen sind mit *kompensierenden Hall-Sensoren* möglich.

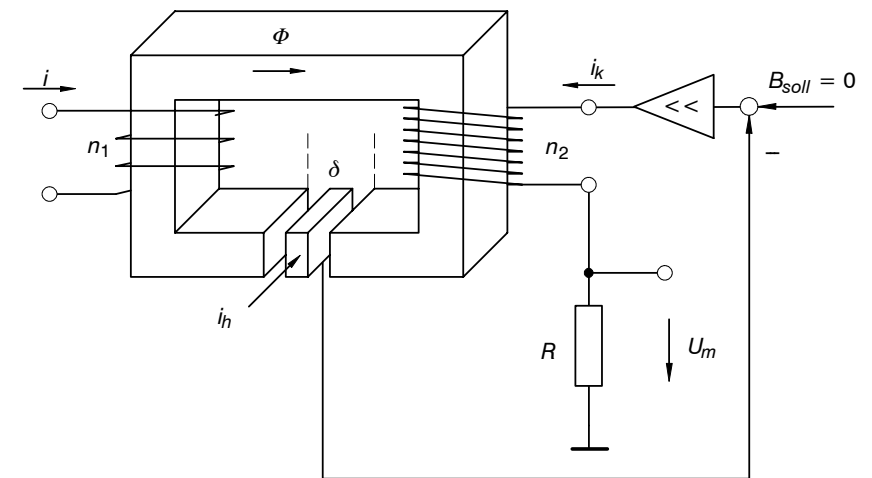


Bild 4.6: Kompensierender Hall-Sensor

Der zu messende Strom i wird indirekt durch einen Strom i_k bestimmt, indem die Hall-Spannung zu null geregelt wird. In diesem Fall gilt

$$n_1 i = n_2 i_k . \quad (4.9)$$

Der Ausgang der Schaltung ist die Spannung

$$u_m = R i_k = \frac{n_1}{n_2} R i . \quad (4.10)$$

Aufgrund des geregelten Betriebs hängt der Strom i_k nicht vom Belastungswiderstand R ab. Durch Wahl der Windungszahlen und des Widerstands R (meist extern) kann der

Sensor angepasst werden. Bei großen zu messenden Strömen i kann n_1 auch eins werden, d.h. der Strom wird durch nur durch den Sensor hindurchgeführt.

Mit kompensierenden Hall-Sensoren lassen sich Ströme extrem genau potenzialfrei messen (einschließlich DC).

Aufgrund der Hysterese der Magnetisierungskurve des Eisens kann es zu einem kleinen Offset (Messfehler) bei dem Strom null kommen.

18.2.1 Spannungsmessung

Das gleiche Prinzip wird auch bei der potenzialfreien Messung von Spannungen angewandt. Hier kehrt sich allerdings das Windungszahlenverhältnis um, damit die Messeinrichtung möglichst hochohmig arbeitet.

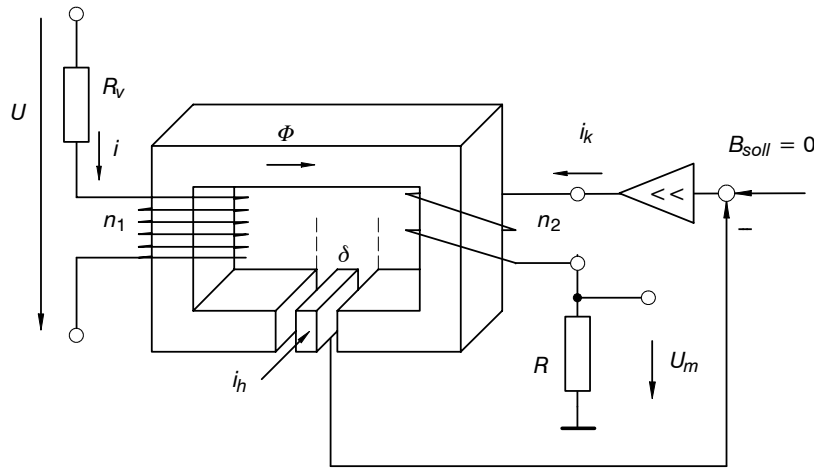


Bild 4.7: Kompensierender Hall-Sensor für Spannungsmessung

Der Vorwiderstand R_v kann durch die hohe Windungszahl sehr groß gewählt werden. Wird die Induktion im Hallelement null, so folgt

$$n_1 i = n_2 i_k \tag{4.11}$$

Ein- und Ausgangsgrößen sind die Spannungen U sowie U_m

$$i = \frac{U}{R_v}, \quad U_m = R i_k \tag{4.12}$$

Aus (4.12) und (4.11) folgt der Zusammenhang zwischen den Spannungen

$$U_m = R i_k = R \frac{n_1}{n_2} i = \frac{n_1 R}{n_2 R_v} U \tag{4.13}$$

18.3 Digitale Messung von Strömen

Häufig werden Messwerte von Strömen in Mikrocontrollern oder DSPs verarbeitet, d.h. es müssen analoge Werte in digitale Signale umgesetzt werden. Hierzu verwendet man ADCs (analog to digital converter). Ströme lassen sich jedoch auch direkt in digitale Signale umsetzen. Ein Beispiel ist das IC IR2172 (International Rectifier).

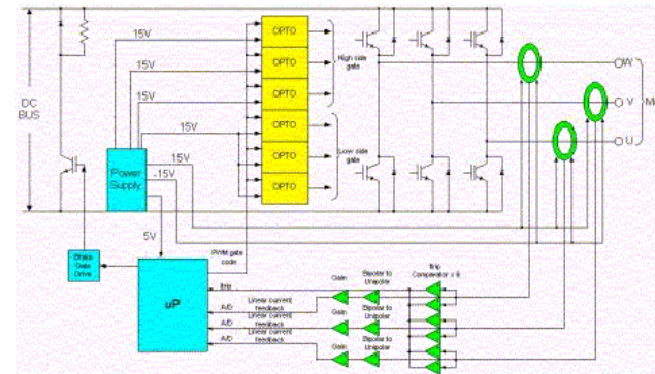


Bild 4.8: Strommessung mit Hall-Sensoren (© International Rectifier)

Das Bild 4.8 zeigt einen Stromrichter (dreiphasig) mit einer konventionellen Strommessung über Hall-Sensoren. Erkennbar ist der Aufwand, der an analoger Signalverarbeitung anfällt.

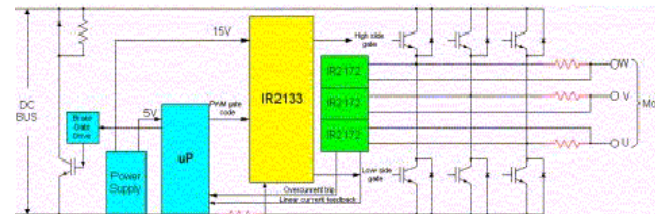


Bild 4.9: Strommessung mit Digital-IC IR2172 (© International Rectifier)

Mit erkennbar weniger Komponenten kommt die Lösung mit dem Strommess-IC aus. Diese Lösung ist jedoch nur anwendbar, wenn der verwendete Mikrocontroller bzw. DSP

über Zähler-/Capture-Eingänge verfügt, was aber bei modernen CPUs fast immer der Fall ist.

Das IC wandelt eine kleine Spannung ($\pm 260\text{mV}$) in ein pulsbreitenmoduliertes Signal mit einer Frequenz von ca. 40kHz um. Die eigentliche Strommessung erfolgt über einen Shuntwiderstand, bei dem bei maximalem Strom gerade eine Spannung von 260mV abfällt. Das Potential des Widerstand darf sich dabei beliebig um maximal 600V verschieben. Das PWM-Ausgangssignal liegt auf dem niedrigen Potential des Mikrocontrollers an.

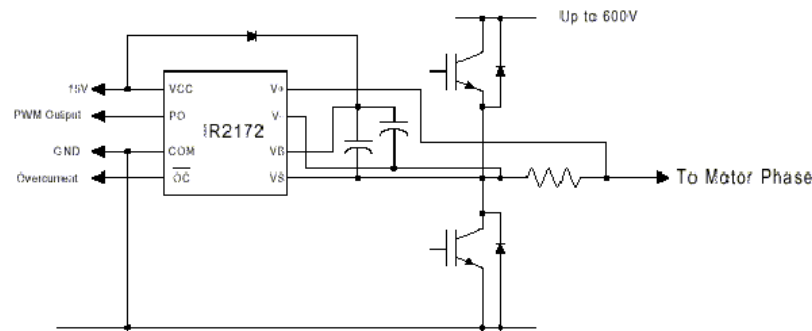
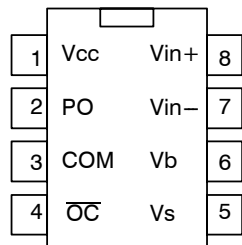


Bild 4.10: Anschluss des IR2172

Das IC benötigt nur eine primärseitige Versorgung von 15V . Die Versorgung auf der Hochspannungsseite erfolgt durch eine sogenannte Bootstrap-Schaltung mit einer Diode und Kondensatoren. Ein wichtiger Vorteil sind Sicherheitsmechanismen

- UVP (under voltage protection): Beim Ein- und Ausschalten des Stromrichters ist die Versorgungsspannung des ICs zu niedrig. Der Ausgang $\overline{\text{OC}}$ ist auch im Falle zu niedriger Versorgungsspannung stets gültig.
- Übersteigt der Absolutwert der der Eingangsspannung den Wert 260mV , so wird das Signal $\overline{\text{OC}}$ generiert (over current = Überstrom).



- Vcc Low side and logic supply voltage
- COM Low side logic ground
- Vin+ Positive sense input
- Vin- Negative sense input
- Vb High side supply
- Vs High side return
- PO Digital PWM output
- $\overline{\text{OC}}$ Overcurrent output (negative logic)

Bild 4.11: Pin-Belegung IR2172 (SOIC/PDIP Package)

Der Mikrocontroller bzw. DSP wertet das Signal PO aus.

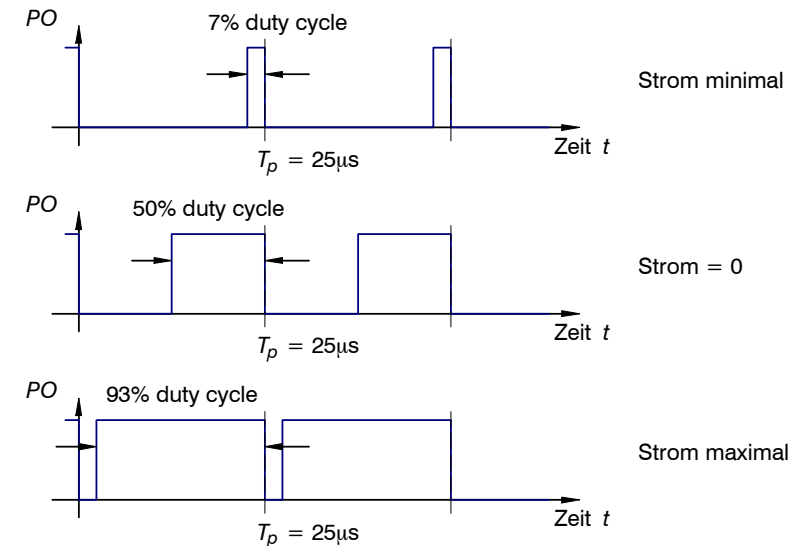


Bild 4.12: Verläufe des Signals PO für minimalen Strom, Strom = 0 und maximalen Strom

Eine Temperaturabhängigkeit der Messung kann vermieden werden, wenn sowohl die Pulsbreite als auch die Einschaltzeit (PWM on-time = duty cycle) gemessen werden. Das Verhältnis zwischen beiden Größen ist dann temperaturunabhängig.

19 Drehzahlsensor

Die Drehzahl kann indirekt über Winkelsensoren oder mit Hilfe von sogenannten Tachomaschinen gemessen werden. Eine Tachomaschine ist ein kleiner permanenterregter Gleichstrommotor, der eine drehzahlproportionale Spannung abgibt. Aus der Ankergleichung

$$u_a = c_M \omega + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \tag{4.14}$$

folgt, dass die Ankerspannung u_a der Drehzahl ω proportional ist, denn kein Ankerstrom fließt. Die Tachomaschine darf also nicht belastet werden. Da keine Leistung benötigt wird, kann die Tachomaschine sehr klein gebaut werden.

19.1 Indirekte Messung der Drehzahl aus Spannung und Strom

Sind Ankerspannung und Strom einer Maschine bekannt, so kann die Drehzahl aus (4.14) auch berechnet werden, d.h. man benötigt keinen Drehzahlsensor (= sensorlose Regelung). Es folgt für die Drehzahl

$$\omega = \frac{1}{c_M} \left(u_a - R_a i_a - L_a \frac{di_a}{dt} \right). \quad (4.15)$$

Die numerisch kritische Berechnung der Ableitung des Stroms kann durch einen sogenannten *Beobachter* umgangen werden. Auf dieses Standardproblem der Regelungstechnik soll an dieser Stelle jedoch nicht eingegangen werden.

20 Winkelsensoren

Die meisten der vorgestellten Verfahren lassen sich auch auf lineare Wegmessungen übertragen. Oft wird jedoch der Weg bei einer linearen Positionierung über den Drehwinkel des Antriebs bestimmt.

In einfachsten Fall werden reibungs- und verschleißarme Potentiometer verwendet, die einen winkelproportionalen Widerstand aufweisen. Die Messung des Winkels erfolgt dann absolut. Hochwertiger aber teurer sind berührungslose Messverfahren, die photoelektrisch (optischer Winkelgeber) oder induktiv (Resolver) arbeiten. In der Regel verzichtet man bei vorhandener Winkelmessung auf eine Drehzahlmessung, da sich die Drehzahl z.B. über die Ableitung des Winkels bestimmen lässt

$$\epsilon = \frac{d\omega}{dt}. \quad (4.16)$$

20.1 Photooptische Encoder

Optische Encoder basieren auf einer Helligkeitsänderung mit dem Winkel. Man unterscheidet zwischen Absolut- und Inkrementalencodern. Ein Absolutencoder verwendet meist einen Gray-Code, um den Winkel abzubilden. Man verwendet damit Fehler an dem Übergang von einem Winkelmesswert zu folgenden Messwert.

In einigen technischen Anwendungen ist es wichtig, dass beim Übergang von einer Zahl zu einer Anderen sich jeweils nur ein Bit ändert (z.B. bei Winkelsensoren in der Automatisierungstechnik).

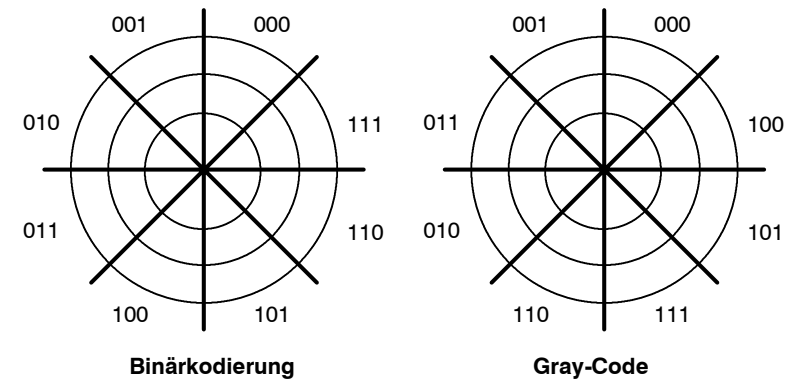


Bild 4.13: Binär- und Gray-kodierte Winkelsensoren

Man erkennt, dass sich von Sektor zu Sektor eines Winkeldecoders nur jeweils ein Bit ändert.

Der Gray-Code vermeidet Lesefehler an den Übergängen von einer Zahl zur jeweils angrenzenden Zahl.

Weit verbreitet mit höherer Auflösung verfügbar sind *inkrementelle* Encoder, die jeweils nur eine Information über eine *Winkeländerung* liefern. Dieser Typ von Encodern besitzt häufig eine Referenzmarke, so dass auch eine Synchronisation möglich ist. Der Winkel muss in einer externen Schaltung (Zähler) addiert bzw. subtrahiert werden.

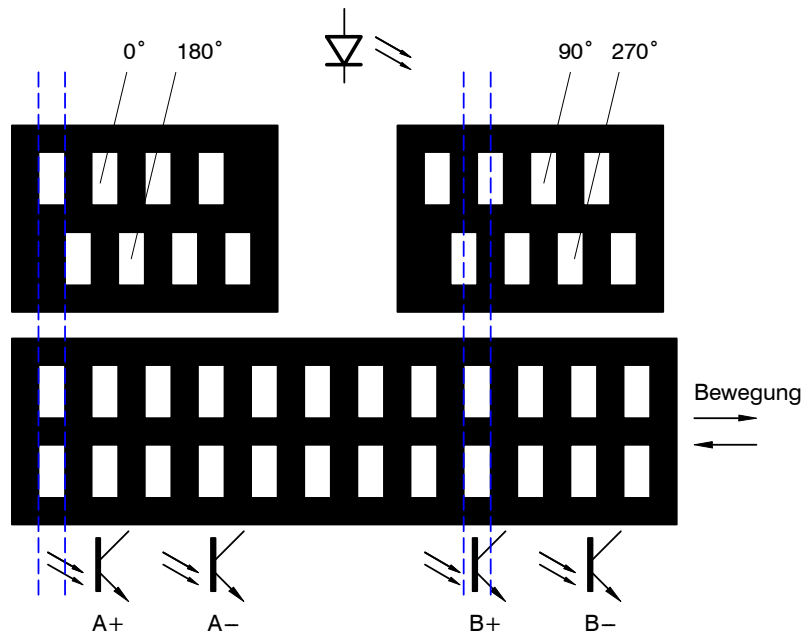


Bild 4.14: Prinzip eines optischen Inkrementalgebers

Es ergeben sich 4 etwa sinus- oder dreieckförmige Signale ($A+$, $A-$, $B+$, $B-$). Die Differenzsignale $A = A+ - A-$ und $B = B+ - B-$ haben die folgenden Verläufe (90° Phasenverschiebung) für eine konstante Drehzahl bzw. Geschwindigkeit.

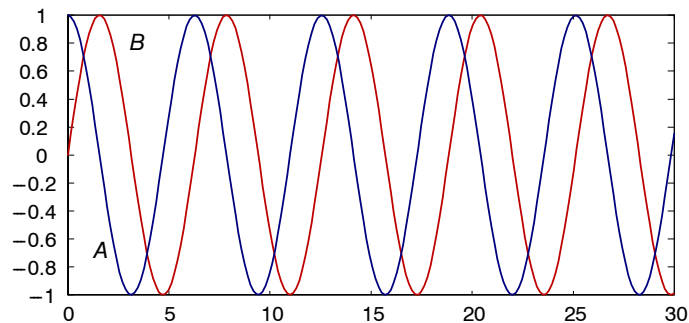


Bild 4.15: Signale des optischen Encoders

Die analogen Signale werden oft nicht übertragen, sondern digitale Signale die aus der Signum-Funktion der Signale von Bild 4.15 entstehen.

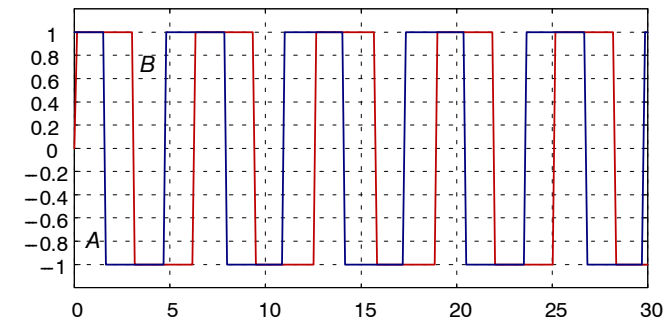


Bild 4.16: Digitale Signale des optischen Encoders

Aus der Phasenfolge der Signale A und B kann die Drehrichtung erkannt werden (A 90° vor B = positive Drehrichtung, A 90° hinter B = negative Drehrichtung).

Durch Auswertung aller *Flanken* der Signale A und B erhält man die *vierfache* Auflösung gegenüber der Anzahl der Markierungen.

20.2 Resolver

Die optischen Encoder sind präzise Winkelmesser, die auf Markierungen auf einem Glasträger beruhen. Für Anwendungen, die einer rauen Umgebung ausgesetzt sind und/oder hohen Sicherheitsanforderungen genügen müssen (z.B. Luftfahrt) verwendet man oft sogenannte Resolver. Ein Resolver ist im Prinzip ein Transformator, dessen Kopplungen sinusförmig vom Drehwinkel abhängen. Ein Modell des Resolvers zeigt Bild 4.17.

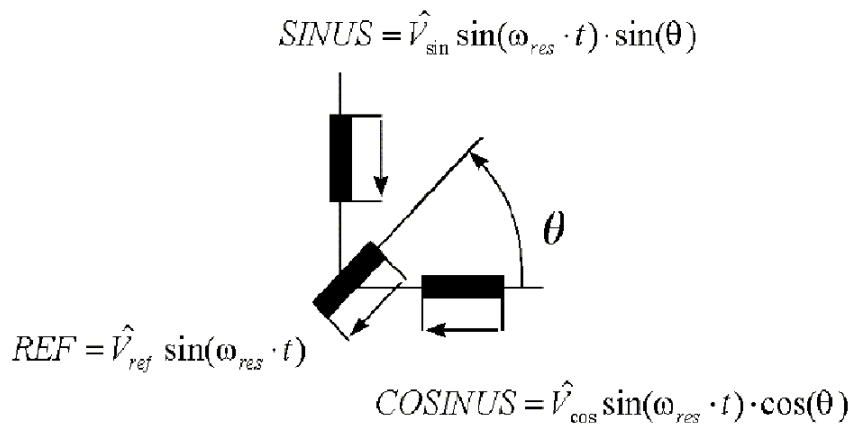


Bild 4.17: Modell eines Resolvers (© Analog Devices)

Der Rotor des Resolvers besteht nur aus einem asymmetrisch geformten Körper aus ferromagnetischem Material, der eine winkelabhängige Kopplung bewirkt. Die daraus resultierende Robustheit des Resolvers ist der Grund für seine Verbreitung in sicherheitskritischen Anwendungen.

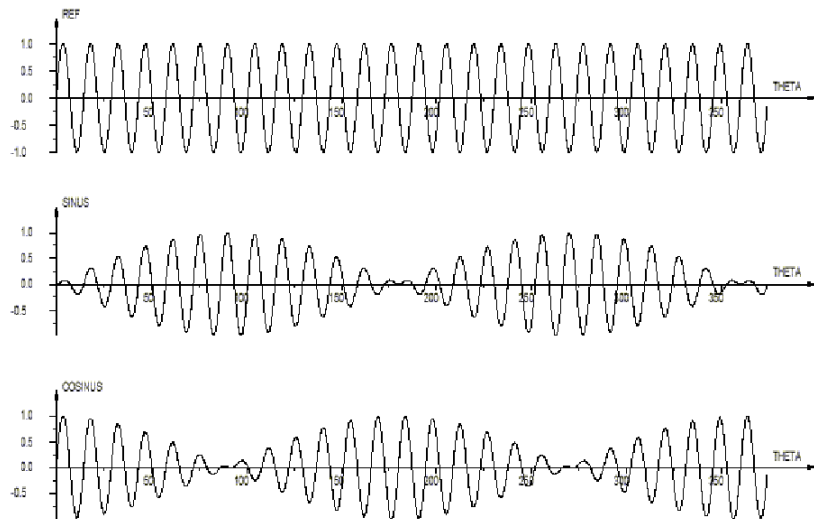


Bild 4.18: Typische Signale eines Resolvers für konstante Drehzahl (© Analog Devices)

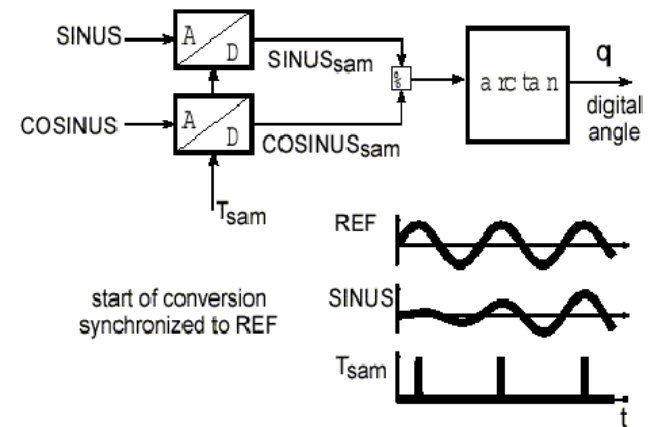


Bild 4.19: Auswertung von Resolver Signalen (© Analog Devices)

Die einfachste Auswertung zeigt das Bild 4.19. Jeweils im Scheitelpunkt des Erregersignals (eine Sinusfunktion mit hoher Frequenz) werden die Ausgänge des Resolvers gemessen (= abgetastet). Aufgrund von

$$\frac{\hat{U}_{sin \theta}}{\hat{U}_{sin \theta}} = \arctan \theta \tag{4.17}$$

kann der Winkel bestimmt werden

$$\theta = \arctan \left(\frac{\hat{U}_{sin \theta}}{\hat{U}_{sin \theta}} \right) \tag{4.18}$$

Allerdings muss eine Division durch null abgefangen werden.

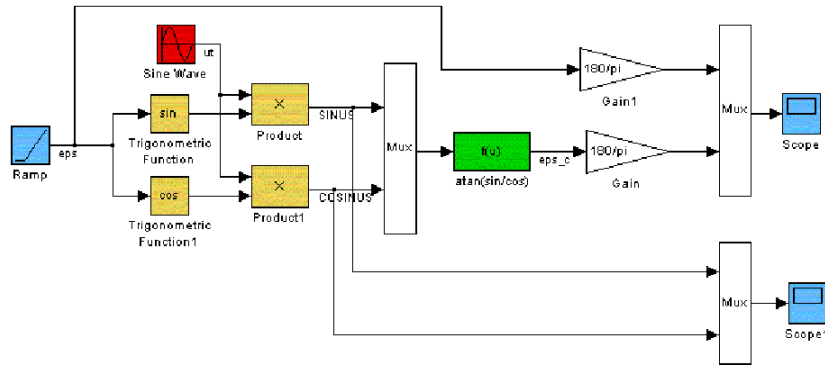


Bild 4.20: Einfache Auswertung von Resolver signals (Division durch null wird nicht berücksichtigt)

Die Berechnung der Arctan-Funktion kann ganz vermieden werden, wenn ein sogenannten Tracking-Filter eingesetzt wird. Durch die Tiefpasseigenschaft des Filters werden gleichzeitig Messfehler unterdrückt.

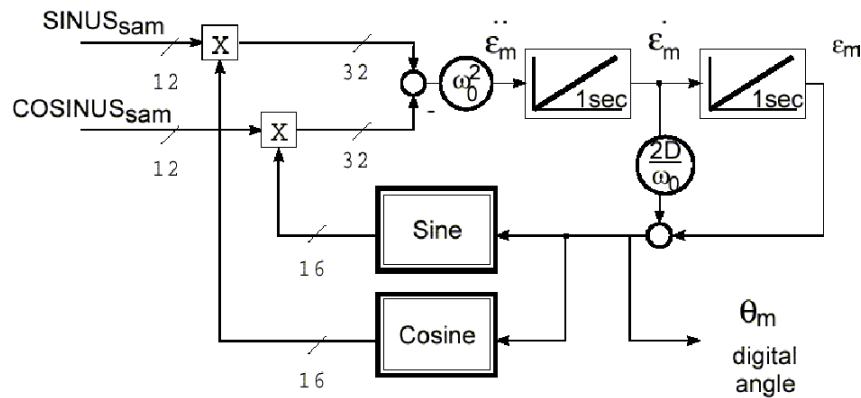


Bild 4.21: Bestimmung des Winkels mit Tracking-Filter 2. Ordnung (© Analog Devices)

Der Algorithmus basiert auf dem Theorem

$$\sin \theta_{Sam} \cos \theta_m - \cos \theta_{Sam} \sin \theta_m = \sin(\theta_{Sam} - \theta_m). \quad (4.19)$$

Für kleine Fehlwinkel $\theta_{Sam} - \theta_m$ gilt (damit wird das Filter linear)

$$\sin(\theta_{Sam} - \theta_m) \approx \theta_{Sam} - \theta_m. \quad (4.20)$$

21 Drehstromantriebe

Drehstromantriebe besitzen gegenüber Gleichstromantrieben viele Vorteile:

- Höheres Drehmoment bei gleicher Baugröße, da der Kommutator entfällt,
- durch den Wegfall der beweglichen Kontakte ist die Drehstrommaschine “wartungs-frei” und preisgünstiger,
- höheres Drehmoment,
- geringeres Trägheitsmoment,
- preisgünstiger als GM gleicher Leistung.

Nachteilig ist die kompliziertere Regelung und ein etwas erhöhter Aufwand bei der Leistungselektronik. Im Einzelfall muss geprüft werden, ob die Drehstrommaschine die besserer Alternative gegenüber dem Gleichstromantrieb darstellt. In den letzten Jahren konnte man jedoch feststellen, dass der Drehstromantrieb die GM aus fast allen Bereichen verdrängt.

21.1 Maschinentypen

Die wesentlichen Typen sind Asynchronmotor (ASM), Synchronmotor (SM) und Reluktanzmaschine (RM).

Der Asynchronmotor besteht aus dreiphasigen Wicklungen im Ständer und dreiphasigen Wicklungen im Läufer. Die Läuferwicklung ist gewöhnlich nicht nach außen geführt, sondern ist im Läufer geschlossen (Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine). Für einige spezielle Anwendungen sind die Läuferwicklungen über Schleifringe (nicht Kommutator!) zugänglich (doppeltgespeiste ASM, z.B. für Windenergieanlagen). Im Rahmen dieser Veranstaltung sollen nur der für Servoantriebe gebräuchlichen Kurzschlussläufer-Typ behandelt werden.

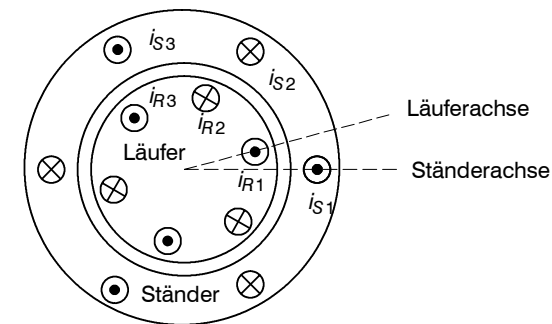


Bild 5.1: Querschnitt durch einer ASM

Die Synchronmaschine besitzt den gleichen Ständer, jedoch eine Gleichstromwicklung im Läufer. Dies bedeutet allerdings, dass Schleifringe benötigt werden. Bei Servoantrieben befinden sich auf dem Läufer Permanentmagnete (Ferrite oder bei modernen Maschinen sogenannte "seltene Erden"-Magnete wie z.B. Samarium-Kobalt oder Neodym-Eisen-Bor). Die Leistung dieser permanent-erregten Maschinen ist zurzeit auf ca. 3 MW beschränkt. Grundsätzlich unterscheidet man Synchronmaschinen mit einem symmetrischen Läufer (Vollpolmaschine) und Synchronmaschinen mit einem stark unsymmetrischen Läufer (Schenkelpolmaschinen).

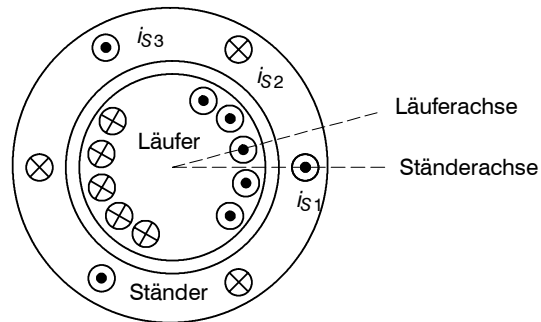


Bild 5.2: Querschnitt durch einer Vollpol-SM

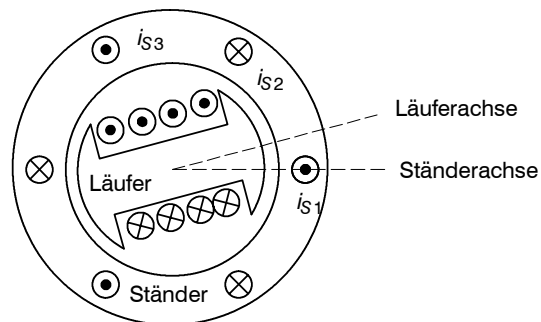


Bild 5.3: Querschnitt durch einer Schenkelpol-SM

Bei der Schenkelpol-SM entsteht ein zusätzliches Drehmoment durch die Asymmetrie des Läufers. Die Schenkelpol-SM spielt im Bereich der Servoantriebe nur eine untergeordnete Rolle und soll deshalb nicht weiter behandelt werden. Die am häufigsten verwendete Form für kleine und mittlere Leistungen ist die permanent-erregte SM

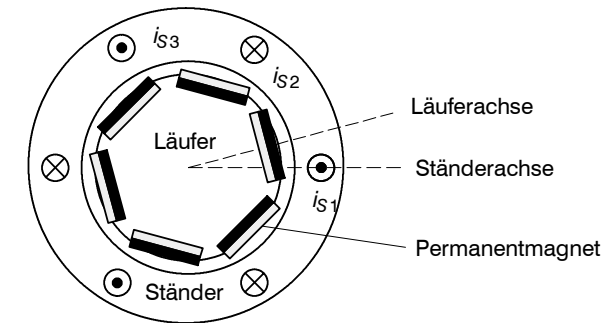


Bild 5.4: Querschnitt durch einer Vollpol-SM mit Permanentmagneten

Die permanent-erregte SM besitzt dann wie die Kurzschlussläufer-ASM nur die Wicklungsanschlüsse des Ständers.

Es existieren viele Arten von Reluktanzmotoren, die mit den Schenkelpol-Synchronmotoren verwandt sind. Eine häufige Antriebsart ist der Schrittmotor, der allerdings aufgrund seiner geringen Leistung nur für wenige Anwendungen interessant ist. Ein Schrittmotor mit Lagesensor für den Rotor nennt man "geschalteter Reluktanzmotor". Dieser Antrieb hat vor allem in den letzten Jahren sehr an Bedeutung zugenommen. Seine industrielle Verbreitung ist allerdings noch sehr gering.

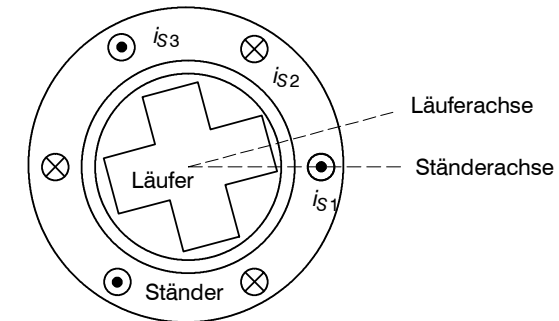


Bild 5.5: Querschnitt durch eine Reluktanzmaschine

Die RM ist sehr einfach herzustellen, da der Läufer keine Wicklung trägt. Die Kraftwirkung entsteht durch die Änderung des Flusses über den Läuferwinkel. Die Kraft in einem Luftspalt ist

$$F = A \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (5.1)$$

Dabei ist A die gesamte Fläche, die von der magnetischen Induktion durchflossen wird. Bei der Reluktanzmaschine entstehen Kräfte und tangentialer und vor allem auch in

radialer Richtung. Die damit verbundene Geräusentwicklung ist in machen Anwendungen (z.B. Haushaltsgeräten) unzulässig.

21.2 Entstehung eines Drehfeldes (Wanderwelle)

Das Drehmoment bei Drehstrommaschinen entsteht durch ein umlaufendes Magnetfeld. Dieses Drehfeld kommt durch das Zusammentreffen von drei phasenverschobenen Strömen (zeitliche Verschiebung) mit einem räumlich versetzten Spulensystem zustande.

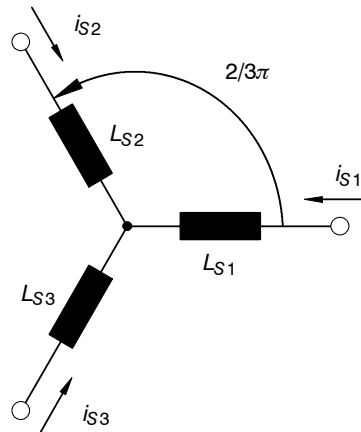


Bild 5.6: Betrieb des Ständers mit dreiphasigen Strömen

Mathematisch beschreibt man die räumliche Verdrehung zeitlich phasenverschobener elektrischer Größen durch sogenannte *Raumzeiger*.

Raumzeiger = räumliche Addition zeitlich phasenverschobener Signale.

Die Bezeichnung “Zeiger” ist mathematisch nicht korrekt, da man in der Elektrotechnik unter Zeiger eine konstante Größe versteht. Wir werden uns dennoch an die übliche Bezeichnung halten. Gebräuchlich ist auch der Begriff “Vektor”, der den Sachverhalt vielleicht etwas treffender beschreibt. Bei einem Raumzeiger bzw. Vektor handelt es sich um Augenblickswerte.

Da es sich um eine ebene Darstellung handelt, werden zwei Koordinaten zur Beschreibung des Raumzeigers benötigt. Größen mit zwei Koordinaten können als komplexe Zahlen (mit Real- und Imaginärteil) dargestellt werden. Die räumliche Verdrehung kann als Multiplikation mit dem komplexen Faktor

$$e^{j\phi} = \cos(\phi) + j \sin(\phi) \quad (5.2)$$

beschrieben werden. Die Wicklungen sind um jeweils $2/3\pi$ gegeneinander verdreht.

Die Ströme in den einzelnen Phasen sind

$$i_{S1} = \hat{i} \cos(\omega t), \quad (5.3)$$

$$i_{S2} = \hat{i} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (5.4)$$

$$i_{S3} = \hat{i} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (5.5)$$

Dabei ist \hat{i} der Scheitelwert des Phasenstroms. Der Raumzeiger des Stroms ist die mit den Winkeln der Wicklung gewichtete Summe.

$$\underline{i} := \frac{2}{3} \left(i_{S1} + i_{S2} e^{j2\pi/3} + i_{S3} e^{j4\pi/3} \right). \quad (5.6)$$

Der Faktor $2/3$ bewirkt, dass der Betrag des Raumzeigers in einem symmetrischen Spannungssystem dem Betrag eines Phasenstroms entspricht. Der Raumzeiger lässt sich einfacher darstellen, wenn die komplexe Form des Kosinus verwendet wird

$$\cos x = \frac{1}{2} (e^{jx} + e^{-jx}). \quad (5.7)$$

Man kann (5.7) als die Summe zweier gegenläufig rotierender komplexer Zeiger auffassen, die sich zu einem reellen Wert ergänzen.

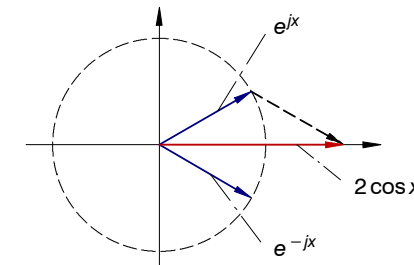


Bild 5.7: Kosinus als Summer gegenläufig rotierender komplexer Zeiger

Damit lauten die Phasenströme

$$i_{S1} = \frac{\hat{i}}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}), \quad (5.8)$$

$$i_{S2} = \frac{\hat{i}}{2} \left(e^{j\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)} \right), \quad (5.9)$$

$$i_{S3} = \frac{\hat{i}}{2} \left(e^{j\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)} \right). \quad (5.10)$$

Wir setzen die Ströme nun in die Definition für den Raumzeiger (5.6) ein und erhalten

$$\underline{\hat{i}} = \frac{\hat{i}}{3} \left[e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} + \left(e^{j(\omega t - 2\pi/3)} + e^{-j(\omega t - 2\pi/3)} \right) e^{j2\pi/3} + \left(e^{j(\omega t - 4\pi/3)} + e^{-j(\omega t - 4\pi/3)} \right) e^{j4\pi/3} \right]. \quad (5.11)$$

Sortiert man die Terme mit $e^{j\omega t}$ und $e^{-j\omega t}$, so folgt

$$\underline{\hat{i}} = \frac{\hat{i}}{3} \left[e^{j\omega t} (1 + 1 + 1) + e^{-j\omega t} (1 + e^{j4\pi/3} + e^{j8\pi/3}) \right]. \quad (5.12)$$

Da der zweite Teil sich stets zu null ergänzt, erhält man für den Raumzeiger

$$\underline{\hat{i}} = \hat{i} e^{j\omega t}. \quad (5.13)$$

Der Raumzeiger des Stroms rotiert also mit der Frequenz ω und besitzt die Amplitude \hat{i} .

Ein Drehfeld bzw. eine Wanderwelle entsteht durch "Auslöschung" der negativen Anteile der rotierenden komplexen Zeiger der Phasenströme. Ursache dafür ist die räumliche Verdrehung der Wicklungen um $2/3\pi$.

Wenn die Phasenströme nicht sinusförmig sind, verläuft der Stromzeiger nicht mehr auf einer Kreisbahn. Der Stromzeiger ist – anders als ein Wechselstromzeiger – ein Augenblickswert.

21.3 Drehmomentbildung bei der ASM

Die ASM (Bild 5.8) besteht aus Ständerwicklungen und Läuferwicklungen, die nicht von außen zugänglich sind, sondern im Läufer kurzgeschlossen sind. Die Ständer- und Läuferwicklungen bilden somit einen Drehstromtransformator, d.h. es werden vom Ständer her Ströme im Rotor induziert. Zu beachten ist, dass der Läufer sich natürlich dreht und folglich sich die transformatorischen Kopplungen winkelabhängig ändern.

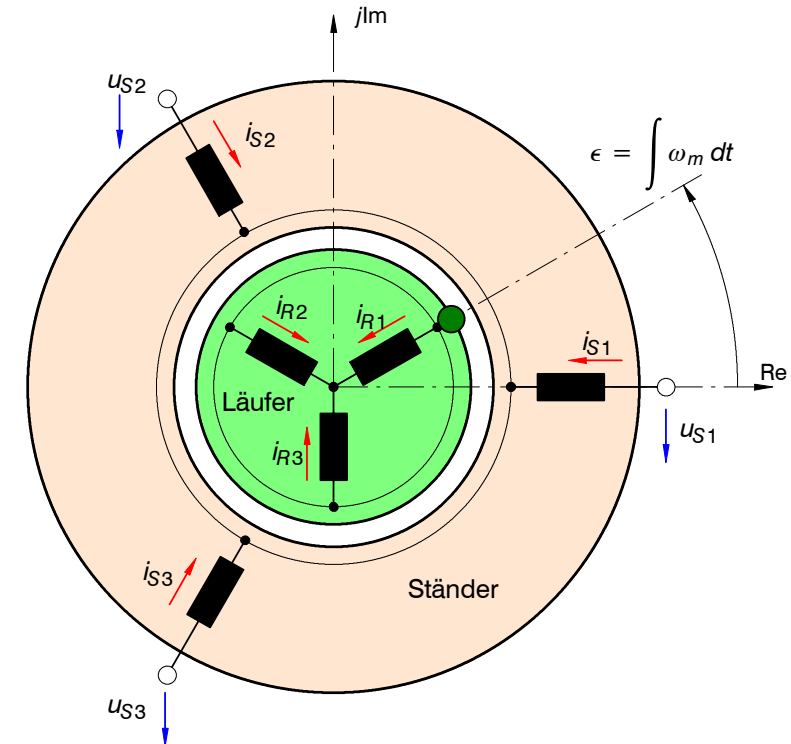


Bild 5.8: Interner Aufbau der ASM

Aus den Wechselwirkungen zwischen Läuferstrom und Ständerfluss entsteht ein Drehmoment (vergleichbar mit der Drehmomentbildung bei der Gleichstrommaschine). Wir erhalten natürlich das gleiche Drehmoment, wenn wir die Wechselwirkung des Läuferflusses mit dem Ständerstrom betrachten.

Besonders einfache Verhältnisse ergeben sich, wenn man für alle elektrischen Größen auf die Zeigerdarstellung übergeht, d.h. wir verwenden Raumzeiger für die Ständerspannung (\underline{u}_S), den Ständerstrom (\underline{i}_S), den Läuferstrom (\underline{i}_R) sowie für den verketteten Ständerfluss ($\underline{\Psi}_S$) und den verketteten Läuferfluss ($\underline{\Psi}_R$). Unter dem verketteten Fluss versteht man das Produkt des magnetischen Flusses Φ mit der Windungszahl der im Stromkreis liegenden Wicklung.

Zur Beschreibung des Betriebsverhaltens der ASM werden die Maschinendaten

- R_S Ständerwiderstand einer Phase,
- L_S Induktivität einer Ständerwicklung,
- R_R Läuferwiderstand einer Phase.

L_R Induktivität einer Läuferwicklung benötigt.

Der Strom durch die Ständerwicklung verursacht einen magnetischen Fluss. Der Fluss geht zum großen Teil auch durch die Läuferwicklung. Ein Teil der Feldlinien schließt sich jedoch aufgrund des Luftspalts der Maschine nur über die Ständerwicklung. Dies wird als Streufluss bezeichnet und mit einem Faktor σ_S (ständerseitige Streuziffer) berücksichtigt. Für den Läufer gilt ein entsprechender Faktor σ_R . Mit den Streuziffern lassen sich die *Streuinduktivitäten* des Ständers und des Läufers bestimmen

$$L_S = L_{oS} + L_{hS}, \quad L_{oS} = \sigma_S L_{hS}, \quad (5.14)$$

$$L_R = L_{oR} + L_{hR}, \quad L_{oR} = \sigma_R L_{hR}. \quad (5.15)$$

Die Induktivitäten L_{hS} und L_{hR} bilden einen ideal gekoppelten Transformator. Da die Läuferströme ohnehin nicht messbar sind, können wir zur Berechnung die Läufergrößen auf die Windungszahl des Ständers umrechnen. Bei dem dann folgenden Windungszahlenverhältnis von 1:1 wird $L_{hS} = L_{hR} = L_h$.

Wir können nun den verketteten Fluss im Ständer und im Läufer angeben. Der verkettete Fluss ist deshalb von Interesse, da der verkettete Fluss für die jeweils induzierte Spannung in den Wicklungen verantwortlich ist. Die verketteten Ständer- und Läuferflüsse lauten dann (als Raumzeiger)

$$\underline{\Psi}_S = L_S \dot{i}_S + L_h \dot{i}_R, \quad (5.16)$$

$$\underline{\Psi}_R = L_h \dot{i}_S + L_R \dot{i}_R. \quad (5.17)$$

Man erkennt, dass sowohl Ständer- als auf Läuferstrom beide Flüsse bestimmen.

Für die Differentialgleichungen wird die mechanische Drehzahl des Läufers ω_m benötigt, da die Geschwindigkeit der Läuferwicklung im läuferseitigen Fluss die im Läufer induzierte Spannung beeinflusst. Jedoch führt nur der Teil des Magnetfelds zu einer induzierten Spannung in bewegten Leitern, der senkrecht auf der Bewegung und auf der Richtung des Leiters steht. Dies äußert sich in einer Multiplikation der induzierten Spannung durch bewegte Leiter mit dem Faktor j

$$\underline{u}_i = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.18)$$

Die vollständigen Differentialgleichungen der ASM lauten damit

$$R_S \dot{i}_S + \frac{d\underline{\Psi}_S}{dt} = \underline{u}_S, \quad (5.19)$$

$$R_R \dot{i}_R + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.20)$$

Die induzierte Spannung \underline{u}_i erscheint also als "Rotorspannung", die allerdings um 90° verschoben ist.

Das elektrische Drehmoment ergibt sich aus dem Kreuzprodukt von Fluss- und Stromvektor, d.h. drehmomentbildend sind jeweils nur die aufeinander senkrecht stehenden Komponenten. Die Raumzeiger können in Real- und Imaginärteil aufgespalten werden. Diese Komponenten sind die a-b-Komponenten der Raumzeiger

$$\underline{u}_S = u_{Sa} + j u_{Sb}, \quad (5.21)$$

$$\dot{i}_S = i_{Sa} + j \dot{i}_{Sb}, \quad (5.22)$$

$$\dot{i}_R = i_{Ra} + j \dot{i}_{Rb}, \quad (5.23)$$

$$\underline{\Psi}_S = \Psi_{Sa} + j \underline{\Psi}_{Sb}, \quad (5.24)$$

$$\underline{\Psi}_R = \Psi_{Ra} + j \underline{\Psi}_{Rb}. \quad (5.25)$$

Aus den 2 komplexen Differentialgleichungen (5.19) und (5.20) lassen sich also 4 reelle Differentialgleichungen gewinnen. Bildet man die Vektoren

$$\vec{i}_S = \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

$$\vec{\Psi}_S = \begin{bmatrix} \Psi_{Sa} \\ \Psi_{Sb} \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

$$\vec{\Psi}_R = \begin{bmatrix} \Psi_{Ra} \\ \Psi_{Rb} \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

so kann das elektrische Drehmoment beschrieben werden

$$M = \frac{3}{2} |\vec{\Psi}_S \times \vec{i}_S| = \frac{3}{2} \frac{L_h}{L_R} |\vec{\Psi}_R \times \vec{i}_S|. \quad (5.29)$$

Das Kreuzprodukt lässt sich auch als Produkt komplexer Zahlen schreiben

$$M = \frac{3}{2} \text{Im} \left\{ \underline{\Psi}_S^* \dot{i}_S \right\} = \frac{3}{2} \frac{L_h}{L_R} \text{Im} \left\{ \underline{\Psi}_R^* \dot{i}_S \right\}. \quad (5.30)$$

Der Faktor 3/2 folgt aus der Definition der Raumzeiger. Die vorstehende Gleichung bildet zusammen mit den Differentialgleichungen für Ständer und Läufer eine vollständige dynamische Beschreibung der ASM

$$R_S \dot{i}_S + \frac{d\underline{\Psi}_S}{dt} = \underline{u}_S, \quad (5.31)$$

$$R_R \dot{i}_R + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.32)$$

Um diese Gleichungen numerisch auswerten zu können, müssen sie in reelle Gleichungen aufgespalten werden. Die Gleichungen werden jedoch recht unanschaulich. Deshalb soll an dieser Stelle auf eine Auflistung der reellen DGLn verzichtet werden.

Die angegebenen Gleichung gelten im Ständerkoordinaten-System (ab-System).

22 Stationäres Verhalten der ASM

Unter dem stationären Verhalten versteht man den Betrieb der ASM mit sinusförmigen Spannungen. Es fließen dann auch sinusförmige Ströme und man erhält ein konstantes Drehmoment.

Anstelle der *dynamischen* Raumzeigern verwendet man die *komplexen Zeiger* der Phasenspannungen und Ströme.

Der Zusammenhang zwischen den Raumzeigern und den Zeigern aus der Wechselstromlehre lautet (ω_1 ist die Ständerfrequenz)

$$\underline{u}_S = \sqrt{2} \underline{U}_S e^{j\omega_1 t}, \quad (5.33)$$

$$\underline{i}_S = \sqrt{2} \underline{I}_S e^{j\omega_1 t}, \quad (5.34)$$

$$\underline{i}_R = \sqrt{2} \underline{I}_R e^{j\omega_1 t}. \quad (5.35)$$

Entsprechend erhält man für die verketteten Flüsse

$$\underline{\Psi}_S = \sqrt{2} (L_S \underline{i}_S + L_h \underline{i}_R) e^{j\omega_1 t}, \quad (5.36)$$

$$\underline{\Psi}_R = \sqrt{2} (L_h \underline{i}_S + L_R \underline{i}_R) e^{j\omega_1 t}. \quad (5.37)$$

Setzt man obige Gleichungen in (5.31) und (5.32) ein, so folgt (durch die gemeinsamen Faktoren $\sqrt{2} e^{j\omega_1 t}$ wurde bereits geteilt)

$$R_S \underline{i}_S + j\omega_1 L_S \underline{i}_S + j\omega_1 L_h \underline{i}_R = \underline{U}_S, \quad (5.38)$$

$$R_R \underline{i}_R + j\omega_1 L_h \underline{i}_S + j\omega_1 L_R \underline{i}_R = j\omega_m L_R \underline{i}_R + j\omega_m L_h \underline{i}_S. \quad (5.39)$$

Die Ableitungen ergeben jeweils nur den Faktor $j\omega_1$ bzw. $j\omega_m$, da ausschließlich die Exponentialfunktionen zu den Ableitungen beitragen.

Die Frequenz im Läufer beträgt $\omega_2 = \omega_1 - \omega_m$.

Die Läuferfrequenz erscheint in (5.39), wenn die rechte Seite von der Gleichung subtrahiert wird

$$R_R \underline{i}_R + j(\omega_1 - \omega_m) L_h \underline{i}_S + j(\omega_1 - \omega_m) L_R \underline{i}_R = 0, \quad (5.40)$$

$$R_R \underline{i}_R + j\omega_2 L_h \underline{i}_S + j\omega_2 L_R \underline{i}_R = 0. \quad (5.41)$$

Mit den Streuziffern σ_S und σ_R gelten die Beziehungen

$$L_S = (1 + \sigma_S) L_h, \quad L_R = (1 + \sigma_R) L_h. \quad (5.42)$$

Durch Einsetzen in (5.38) und (5.41) erhält man schließlich

$$R_S \underline{i}_S + j\omega_1 \sigma_S L_h \underline{i}_S + j\omega_1 L_h (\underline{i}_S + \underline{i}_R) = \underline{U}_S, \quad (5.43)$$

$$R_R \underline{i}_R + j\omega_2 L_h \sigma_R \underline{i}_R + j\omega_2 L_h (\underline{i}_S + \underline{i}_R) = 0. \quad (5.44)$$

Mit der Definition des Schlupfes

$$s := \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_1 - \omega_m}{\omega_1} \quad (5.45)$$

bzw.

$$\omega_2 = s \omega_1 \quad (5.46)$$

folgt die bekannte Gleichung

$$\frac{R_R}{s} \underline{i}_R + j\omega_1 L_h \sigma_R \underline{i}_R + j\omega_1 L_h (\underline{i}_S + \underline{i}_R) = 0. \quad (5.47)$$

Die Gleichungen (5.43) und (5.47) bilden das bekannte einphasige Ersatzschaltbild der ASM.

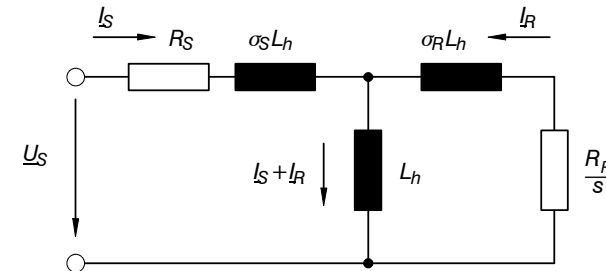


Bild 5.9: Einphasiges Ersatzschaltbild der ASM (nur für stationären Betrieb)

Die ASM verhält sich also wie ein Transformator mit einem schlupfabhängigen Läuferwiderstand. Das Drehmoment mit den Zeigergrößen lautet

$$M = \frac{3}{2} \text{Im} \left\{ \underline{\Psi}_S^* \underline{i}_S \right\} = \frac{3}{2} \text{Im} \left\{ \left(L_S \sqrt{2} \underline{i}_S^* + L_h \sqrt{2} \underline{i}_R^* \right) \sqrt{2} \underline{i}_S \right\} = 3 L_h \underline{i}_S^* \underline{i}_R. \quad (5.48)$$

Eine etwas längere Rechnung führt auf die gesamte Impedanz der Maschine (folgt aus dem Bild 5.9)

$$Z_S = R_S + j\omega_1 L_S \frac{1 + j \frac{s\omega_1 \sigma L_R}{R_R}}{1 + j \frac{s\omega_1 L_R}{R_R}} \quad (5.49)$$

Dabei ist

$$\sigma := 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_s)(1 - \sigma_s)} \quad (5.50)$$

der *totale Streufaktor*. Mit dem sogenannten *Kippschlupf*

$$s_K = \frac{R_R}{\omega_1 \sigma L_R} \quad (5.51)$$

vereinfacht sich (5.49) zu

$$Z_S = R_S + j\omega_1 L_S \frac{1 + j \frac{s}{s_K}}{1 + j \frac{1}{\sigma s_K}} \quad (5.52)$$

Damit kann der Ständerstrom als Funktion der Ständerspannung angegeben werden

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{Z_S} \quad (5.53)$$

Falls man den Ständerwiderstand vernachlässigt, ergibt sich die bekannte Beziehung

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{j\omega_1 L_S} \frac{1 + j \frac{1}{\sigma s_K}}{1 + j \frac{s}{s_K}} \quad (5.54)$$

Betreiben wir die ASM mit konstanter Ständerspannung (z.B. direkt am Drehstromnetz) und legen die Spannung \underline{U}_S in die imaginäre Achse (willkürliche Wahl), so entsteht die bekannte Stromortskurve der ASM (Heyland-Kreis). Der Parameter für die Stromortskurve ist der normierte Schlupf s/s_K . Zu beachten ist, dass nur der linke Teil der Ortskurve sinnvoll nutzbar ist, da für den Bereich großen Schlupfes der Strom zu große Werte annimmt.

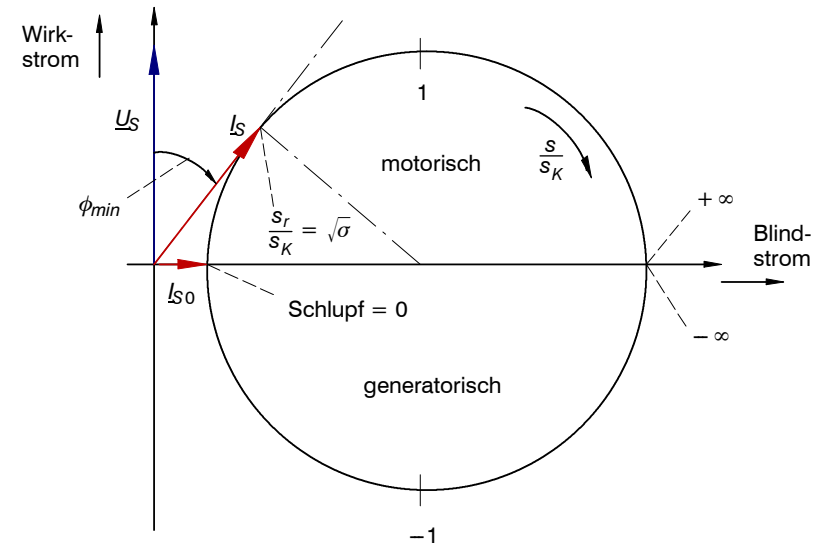


Bild 5.10: Stromortskurve der ASM (Heyland-Kreis)

Das Bild des Schlupfes der Funktion (5.54) ergibt einen Kreis, auf dem sich der Stromzeiger befinden muss. Eingezeichnet ist der Leerlaufstrom

$$\underline{I}_{S0} := \frac{\underline{U}_S}{j\omega_1 L_S} \quad (5.55)$$

der im Leerlauf bzw. im Synchronismus ($\omega_1 = \omega_m$) auftritt. Ein optimaler Betriebspunkt ist der optimale $\cos\phi$, der der Tangente an den Kreis entspricht (\underline{I}_S). Man findet den zugehörigen Schlupf, indem man den Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom differenziert und nullsetzt

$$\phi = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{1}{\sigma} \frac{s}{s_K}\right) - \arctan\left(\frac{s}{s_K}\right) \quad (5.56)$$

$$d \frac{\phi}{\left(\frac{s}{s_K}\right)} = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\sigma} \frac{s_r}{s_K}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{s_r}{s_K}\right)^2} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.57)$$

Daraus erhält man

$$\frac{s_r}{s_K} = \pm \sqrt{\sigma} \quad (5.58)$$

d.h. der minimale $\cos\phi$ tritt für kleine Werte des Schlupfes auf.

Das Drehmoment (5.48) folgt aus der Impedanz des Motors (5.49) durch Elimination des Rotorstroms \underline{I}_R (nach länglicher Rechnerei) zu

$$M = \frac{3}{2} \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{U_S^2}{\omega_1^2 L_S} \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \quad (5.59)$$

(Kloss'sche Gleichung). Das Maximum tritt für $s = s_K$ auf. Dieses Drehmoment ist das Kippmoment

$$M_K = \frac{3}{2} \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{U_S^2}{\omega_1^2 L_S} \quad (5.60)$$

Damit schreibt man (5.59) im kompakter Form

$$M = M_K \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \quad (5.61)$$

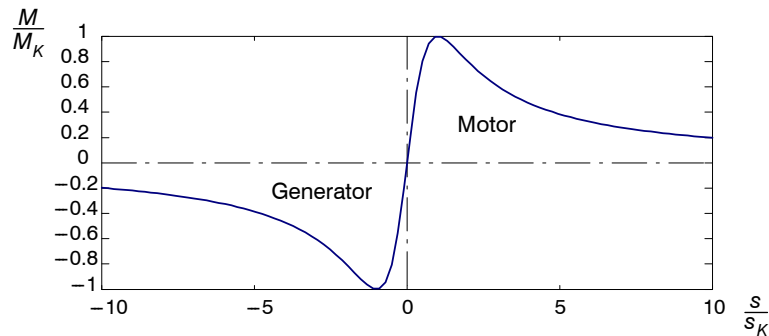


Bild 5.11: Abhängigkeit des Drehmoments vom Schlupf

Der Schlupf ist ja eine auf die Ständerfrequenz ω_1 bezogene Größe. Das Diagramm 5.11 kann folglich auch auf die mechanische Drehzahl ω_m bezogen werden.

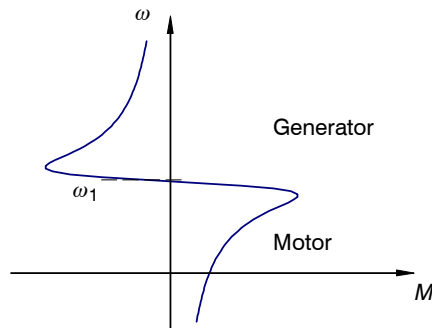


Bild 5.12: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der ASM bei konstanter Ständerspannung und konstanter Frequenz

Durch Variation der Ständerfrequenz kann die Kennlinie beliebig nach unten oder oben verschoben werden. Für $\omega_1 = 0$ geht die Kennlinie beispielsweise durch den Ursprung.

22.1 Regelung der ASM

Aus der Stromortskurve bzw. der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie folgt, dass nur eine relativ geringe Abweichung der mechanischen Drehzahl ω_m von der Ständerfrequenz ω_1 sinnvoll ist. Die Ständerfrequenz muss also an die Drehzahl angepasst werden. Weiterhin erkennt man, dass sich mit der Frequenz $\omega_2 = \omega_1 - \omega_m$ das Drehmoment bis etwa zum maximal möglichen Drehmoment (Kippmoment M_K) nahezu linear verändern lässt.

Aus der Definition des Schlupfes und des Kippschlupfes

$$s = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad s_K = \frac{R_R}{\omega_1 \sigma L_R} \quad (5.62)$$

folgt nämlich

$$\frac{s}{s_K} = \frac{\omega_2 \sigma L_R}{R_R} = \frac{(\omega_1 - \omega_m) \sigma L_R}{R_R} \quad (5.63)$$

Der Quotient $T_R := L_R/R_R$ hat die Bedeutung einer Zeitkonstanten und wird *Rotorzeitkonstante* genannt. Damit schreibt man

$$\frac{s}{s_K} = \omega_2 \sigma T_R \quad (5.64)$$

Das Drehmoment lautet mit (5.64)

$$M = M_K \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} = 2M_K \frac{\frac{s}{s_K}}{1 + \left(\frac{s}{s_K}\right)^2} = 2M_K \frac{\omega_2 \sigma T_R}{1 + (\omega_2 \sigma T_R)^2} \quad (5.65)$$

Wie man erkennt, ist das Drehmoment für kleine Werte von ω_2 dieser Frequenz proportional.

Um bei allen Ständerfrequenzen die gleichen Beträge der Ströme zu erhalten, muss die Ständerspannung proportional zur Ständerfrequenz verstellt werden. Dies folgt aus der Gleichung für die Stromortskurve

$$\underline{I}_S = \frac{U_S}{j\omega_1 L_S} \frac{1 + j\frac{1}{\sigma \frac{s}{s_K}}}{1 + j\frac{s}{s_K}} \quad (5.66)$$

Für

$$\omega_1 \sim U_S \quad (5.67)$$

erhält man somit die gleichen Ströme für alle Frequenzen. Bei niedrigen Frequenzen gilt dieser Zusammenhang aufgrund des Einflusses des Ständerwiderstands R_S nicht exakt. Innerhalb eines Regelkreises stellt sich der notwendige Strom jedoch automatisch ein. Die Struktur der ASM-Regelung zeigt Bild 5.13.

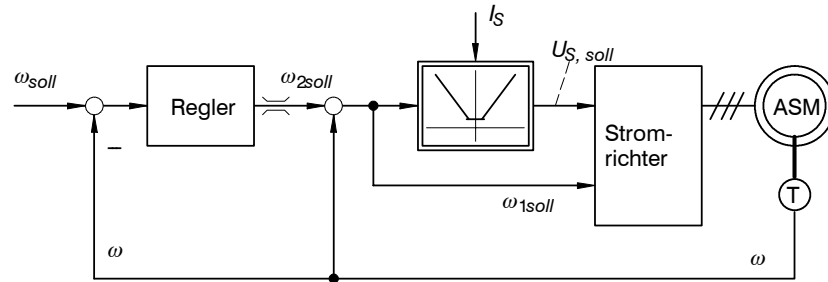


Bild 5.13: Regelung der ASM aufgrund stationärer Gleichungen

22.2 Hochdynamische Regelung von Asynchronmaschinen

In den 70er und 80er Jahren wurden Verfahren zur hochdynamischen Regelung von Drehstrommaschinen entwickelt und patentiert. Bis heute dauert ein Streit um das vermeintlich beste Verfahren an. Dieser Streit hält einer genauen wissenschaftlichen Analyse nicht stand; hier stehen oft Marketing-Interessen im Vordergrund. Es soll an dieser Stelle ausdrücklich betont werden, dass dies meine Auffassung ist. Viele Wissenschaftler beteiligen sich jedoch an diesem Streit und erachten die Verfahren für grundsätzlich verschieden. Folglich werden den Verfahren auch gänzlich andere Eigenschaften zugeschrieben.

Allen Verfahren ist jedoch gemeinsam, dass sie ein auf einem bewegten Koordinatensystem beruhen. Die Bezugsgröße für das Koordinatensystem ist für die einzelnen Verfahren unterschiedlich.



Bild 5.14: Markennamen der Industrie für hochdynamische ASM-Regelverfahren

Die modernen Verfahren zur Regelung der ASM lassen sich auch auf andere Drehstrommaschinen übertragen, so dass die Regelung der ASM als exemplarisches Beispiel zur allgemeinen Regelung von Drehstromantrieben dient.

Allen modernen Verfahren liegt die Erkenntnis zugrunde, dass in einem geeigneten Koordinatensystem sich die Beziehungen dramatisch vereinfachen. Für Drehstrommaschinen hat sich der Fluss als idealer Bezug für das Koordinatensystem herausgestellt. Dies erkennt man natürlich erst, nachdem man die Beziehungen der ASM in dem bewegten Koordinatensystem aufgestellt hat.

Ein inzwischen populäres Verfahren verwendet den Läuferfluss Ψ_R als Bezugsgröße. Der Läuferfluss wird als Raumzeiger betrachtet

$$\underline{\Psi}_R = \Psi_{Ra} + j\Psi_{Rb} := \Psi e^{j\varphi}, \quad (5.68)$$

der als kartesisch als Real- und Imaginärteil oder auch nach Betrag und Winkel dargestellt werden kann.

Der Winkel φ ist der Winkel des Läuferflusses in *Ständerkoordinaten*.

Die Regelung in dem läuferflussfesten Koordinatensystem nennt man *feldorientierte Regelung*.

Selbstverständlich kann man die Regelung auch im Ständerfluss-Koordinatensystem (Bezugsgröße Ψ_S) ausführen.

Die Regelung in dem ständerflussfesten Koordinatensystem nennt man etwas missverständlich *DTC (Direct Torque Control)* oder auch *DSC (Direct Self-Control)*.

Zur Transformation der Gleichungen in ein anderes Koordinatensystem ist eine Darstellung in Polarkoordinaten (Betrag und Winkel) günstig. Der Ständerstrom wird dann mit dem Winkel ζ beschrieben

$$\underline{i}_S = i_S e^{j\zeta}. \quad (5.69)$$

Geht man von der (etwas unrealistischen) Annahme aus, dass die Ständerströme durch eine Stromregelung eingepreßt werden können, so ist für das Drehmoment

$$M = \frac{3L_h}{2L_R} \operatorname{Im}\{\underline{\Psi}_R^* \underline{i}_S\} = \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \operatorname{Im}\{\underline{\Psi}_R^* \underline{i}_S\} \quad (5.70)$$

nur noch die Läufergleichung entscheidend

$$R_R \underline{i}_R + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.71)$$

Beide Gleichungen vereinfachen sich entscheidend durch das läuferflussfeste Koordinatensystem. Allerdings stört in der Gleichung noch der nicht messbare Läuferstrom \underline{i}_R . Der Strom kann durch den Läuferfluss und den Ständerstrom ausgedrückt werden

$$\underline{\Psi}_R = L_R \underline{i}_R + L_h \underline{i}_S \quad (5.72)$$

bzw.

$$\underline{i}_R = \frac{1}{L_R} (\underline{\Psi}_R - L_h \underline{i}_S). \quad (5.73)$$

Damit kann der unbekannte Läuferstrom aus (5.71) eliminiert werden

$$\frac{R_R}{L_R} (\underline{\Psi}_R - L_h \underline{i}_S) + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.74)$$

Der Übergang auf das läuferflussfeste Koordinatensystem erfolgt durch Multiplikation von (5.71) mit

$$e^{-j\rho} \quad (5.75)$$

(“Rückdrehung” um den Winkel ρ).

Die läuferflussfesten Koordinaten nennt man *Feldkoordinaten*.

Zunächst wird die Läufergleichung aber in Polarkoordinaten geschrieben

$$\frac{R_R}{L_R} (\underline{\Psi}_R e^{j\rho} - L_h \underline{i}_S e^{j\zeta}) + \frac{d}{dt} (\underline{\Psi}_R e^{j\rho}) = j\omega_m \underline{\Psi}_R e^{j\rho}. \quad (5.76)$$

Die Ableitung nach der Kettenregel liefert

$$\frac{R_R}{L_R} (\underline{\Psi}_R e^{j\rho} - L_h \underline{i}_S e^{j\zeta}) + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} e^{j\rho} + j \frac{d\rho}{dt} \underline{\Psi}_R e^{j\rho} = j\omega_m \underline{\Psi}_R e^{j\rho}. \quad (5.77)$$

Die Ableitung des Läuferflusswinkels nennt man

$$\frac{d\rho}{dt} := \omega_{mR} \quad (5.78)$$

und damit ergibt sich

$$\frac{R_R}{L_R} (\underline{\Psi}_R e^{j\rho} - L_h \underline{i}_S e^{j\zeta}) + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} e^{j\rho} + j\omega_{mR} \underline{\Psi}_R e^{j\rho} = j\omega_m \underline{\Psi}_R e^{j\rho}. \quad (5.79)$$

Nun kann (5.79) einfach in Feldkoordinaten geschrieben werden

$$\frac{R_R}{L_R} \underline{\Psi}_R - \frac{R_R}{1 + \sigma_R} \underline{i}_S e^{j(\zeta - \rho)} + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} + j\omega_{mR} \underline{\Psi}_R = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.80)$$

Mit der Definition

$$\delta := \zeta - \rho \quad (5.81)$$

folgt die endgültige Form

$$\frac{R_R}{L_R} \underline{\Psi}_R - \frac{R_R}{1 + \sigma_R} \underline{i}_S e^{j\delta} + \frac{d\underline{\Psi}_R}{dt} + j\omega_{mR} \underline{\Psi}_R = j\omega_m \underline{\Psi}_R. \quad (5.82)$$

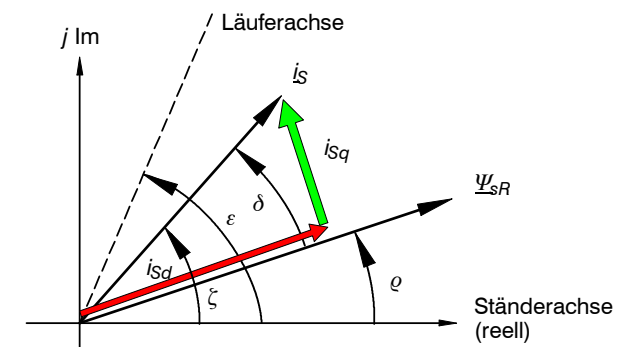


Bild 5.15: Grafische Darstellung der Winkelbeziehungen

Wenn man nun den Raumzeiger des Ständerstromes in Feldkoordinaten in Real- und Imaginärteil aufspaltet (rote und grüne Raumzeiger in Bild 5.15)

$$\underline{i}_S e^{j\delta} := i_{Sd} + j i_{Sq}, \quad (5.83)$$

so folgt

$$\frac{R_R}{L_R} \Psi_R - \frac{R_R}{1 + \sigma_R} (i_{sd} + j i_{sq}) + \frac{d\Psi_R}{dt} + j\omega_{mR} \Psi_R = j\omega_m \Psi_R. \quad (5.84)$$

Der Index *d* bedeutet *Längsachse* (direct axis), also die Komponente einer Größe, die *in Richtung* des Flusses Ψ_R zeigt.

Der Index *q* bedeutet *Querachse* (quadrature axis), also die Komponente einer Größe, die *senkrecht auf die Richtung* des Flusses Ψ_R zeigt.

Diese komplexe Gleichung ergibt für Real- und Imaginärteil zwei reelle Gleichungen.

$$\frac{R_R}{L_R} \Psi_R - \frac{R_R}{1 + \sigma_R} i_{sd} + \frac{d\Psi_R}{dt} = 0, \quad (5.85)$$

$$-\frac{R_R}{1 + \sigma_R} i_{sq} + \omega_{mR} \Psi_R = \omega_m \Psi_R. \quad (5.86)$$

Umsortieren der vorstehenden Gleichungen führt auf

$$\frac{L_R}{R_R} \frac{d\Psi_R}{dt} + \Psi_R = T_R \frac{d\Psi_R}{dt} + \Psi_R = L_h i_{sd}, \quad (5.87)$$

$$\omega_{mR} = \omega_m + \frac{R_R i_{sq}}{(1 + \sigma_R) \Psi_R}. \quad (5.88)$$

Mit (5.78) folgt dann eine zweite Differentialgleichung

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega_{mR} = \omega_m + \frac{R_R i_{sq}}{(1 + \sigma_R) \Psi_R}. \quad (5.89)$$

Das Drehmoment ist natürlich invariant bezüglich des Koordinatensystems

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \text{Im}\{\Psi_R^* i_s\} = \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \text{Im}\{\Psi_R e^{-j\rho} i_s e^{j\zeta}\} \\ &= \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \text{Im}\{\Psi_R (i_{sd} + j i_{sq})\} = \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \Psi_R i_{sq}. \end{aligned} \quad (5.90)$$

Zusammengefasst lauten die benötigten Gleichungen:

$$T_R \frac{d\Psi_R}{dt} + \Psi_R = L_h i_{sd}, \quad (5.91)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega_{mR} = \omega_m + \frac{R_R i_{sq}}{(1 + \sigma_R) \Psi_R} = \omega_m + k_1 \frac{i_{sq}}{\Psi_R}, \quad (5.92)$$

$$M = \frac{3}{2(1 + \sigma_R)} \Psi_R i_{sq} = k_2 \Psi_R i_{sq}. \quad (5.93)$$

Nun wird die etwas unmotiviert anmutende Umrechnung auf das feldorientierte Koordinatensystem deutlich, da sich die ASM nun wie eine fremderregte GM verhält:

- Das Drehmoment ist das Produkt aus Ψ_R und i_{sq} (analoge Größen bei der GM: Fluss Φ und Ankerstrom i_a).
- Das Magnetfeld bzw. der Fluss Ψ_R wird ausschließlich von i_{sd} beeinflusst (analoge Größe bei der GM: Erregerstrom i_e).
- Der Winkel des Rotorflusses Ψ_R kann aus der mechanischen Drehzahl ω_m sowie i_{sq} und Ψ_R bestimmt werden.

Das entsprechende Blockschaltbild der Gleichungen (5.91) und (5.93) zeigt, dass die Fluss- und Drehmoment nun entkoppelt sind. Die Gleichung (5.92) wird später zur Regelung benötigt.

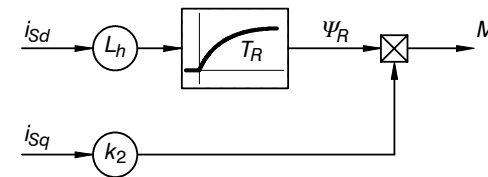


Bild 5.16: Asynchronmaschine in Feldkoordinaten (Ψ_R -orientiert)

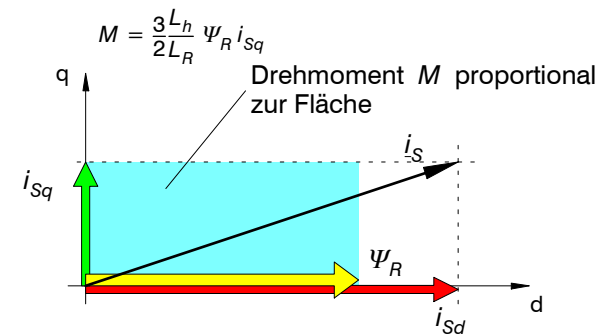


Bild 5.17: Grafische Interpretation des Drehmoments als Fläche mit den Kanten Ψ_R und i_{sq}

22.3 Regelung in Feldkoordinaten

Bei der Regelung in Feldkoordinaten lässt man sich von der Strategie bei der Gleichstrommaschine leiten. Der Fluss Ψ_R wird über i_{sd} geregelt, d.h. im Normalfall auf

einem konstanten Wert gehalten. Änderungen des Flusses erfolgen nur relativ langsam, da als "Regelstrecke" eine Verzögerung mit der Zeitkonstanten T_R auftritt. Dies ist jedoch nicht nachteilig, wenn der Fluss konstant gehalten werden soll.

Das Drehmoment wird über die Querkomponente des Ständerstroms (i_{Sq}) erzeugt. Bei konstantem Fluss Ψ_R ist das Drehmoment dem Querstrom i_{Sq} direkt proportional. Da der Strom i_{Sq} nur durch Streuinduktivitäten verzögert wird, kann eine Drehmomentänderung nun nahezu augenblicklich erfolgen. Das problematische Verhalten wie bei dem Betrieb mit konstanter Frequenz ist vollständig verschwunden.

22.3.1 Koordinatentransformation

Die Größen in Feldkoordinaten können nicht unmittelbar gemessen werden. Messbar sind lediglich die elektrischen Größen in ständerfesten Koordinaten. Es werden deshalb Koordinatentransformationen benötigt, die allerdings aus einfachen Drehungen bestehen.

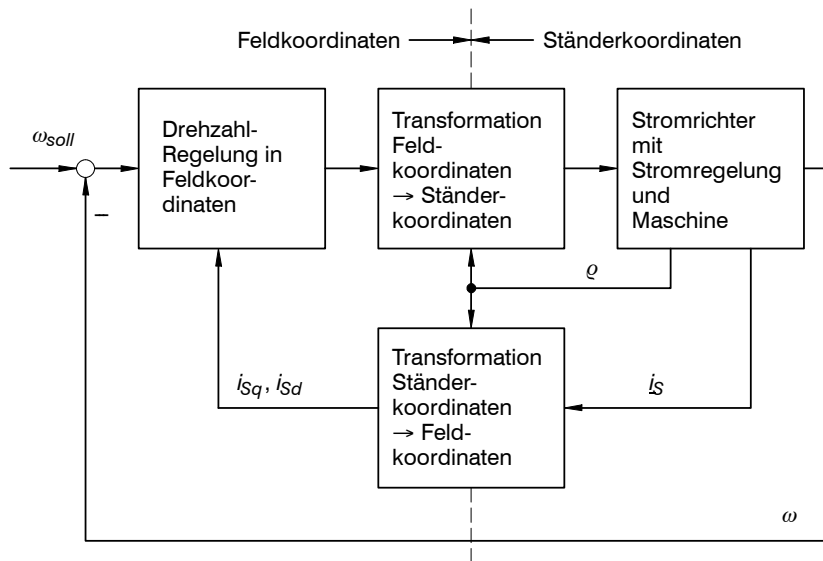


Bild 5.18: Struktur einer feldorientierten Regelung

Die Koordinatentransformationen umfassen nicht nur die Umwandlung von Ständer- in Feldkoordinaten, sondern auch die Umwandlung vom dreiphasigen in ein äquivalentes zweiphasiges System. Obwohl es sich um eine 3-phasige Versorgung handelt, sind nur zwei Phasen unabhängig, da die Summe der Ströme und Spannungen stets null ergibt

$$u_{S1} + u_{S2} + u_{S3} = 0, \quad i_{S1} + i_{S2} + i_{S3} = 0. \tag{5.94}$$

Es muss zur Umwandlung des Raumzeigers des Stromes folgende Gleichung gelten

$$\underline{i}_S = \frac{2}{3} (i_{S1} + i_{S2} e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{S3} e^{j\frac{4\pi}{3}}) \doteq i_{Sa} + j i_{Sb}. \tag{5.95}$$

Der Vergleich von Real- und Imaginärteil sowie (5.94) liefert das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ i_{S3} \end{bmatrix} \tag{5.96}$$

bzw.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ i_{S3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ i_{S3} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{5.97}$$

Natürlich werden nur die ersten zwei Zeilen zur Umwandlung in das äquivalente zweiphasige System benötigt. Die Umkehrung erfordert eine Inversion der Matrix. Man erhält

$$\begin{bmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ i_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5.98}$$

Bei dieser Gleichung wird die letzte Spalte nicht benötigt (Multiplikation mit null).

Die Gleichung (5.97) nennt man *Phasenreduktion*.

Die Gleichung (5.98) nennt man *Phasenspaltung*.

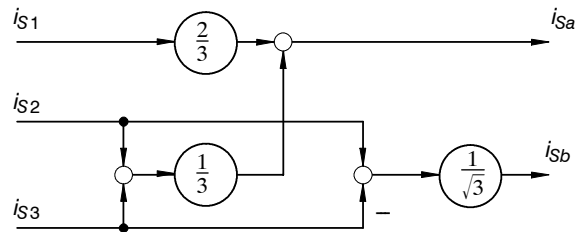


Bild 5.19: Berechnung der Phasenreduktion

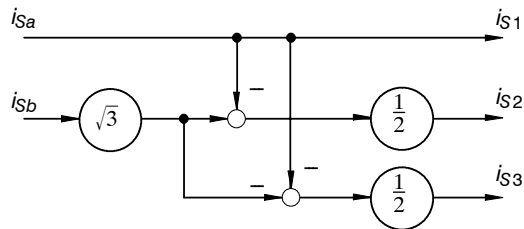


Bild 5.20: Berechnung der Phasenspaltung

Es muss nun noch geklärt werden, wie die Umwandlung zwischen Ständer- und Feldkoordinaten erfolgt. Die Feldkoordinaten bilden ein Koordinatensystem, das mit dem Winkel ρ umläuft. Wir müssen dazu den Raumzeiger des Ständerstroms mit diesem Winkel "zurückdrehen". Man erhält

$$i_{sd} + j i_{sq} = (i_{sa} + j i_{sb}) e^{-j\rho} = (i_{sa} + j i_{sb}) (\cos\rho - j \sin\rho) \quad (5.99)$$

Als Matrixgleichung geschrieben, erhält man

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\rho & \sin\rho \\ -\sin\rho & \cos\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix}. \quad (5.100)$$

Man gelangt von den Feldkoordinaten wieder in Ständerkoordinaten, indem man die Feldgrößen mit $e^{j\rho}$ multipliziert

$$i_{sa} + j i_{sb} = (i_{sd} + j i_{sq}) e^{j\rho} = (i_{sd} + j i_{sq}) (\cos\rho + j \sin\rho) \quad (5.101)$$

Als Matrixgleichung geschrieben, erhält man

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\rho & -\sin\rho \\ \sin\rho & \cos\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}. \quad (5.102)$$

Beide Matrizen haben die Determinante 1 und bewirken lediglich eine Drehung in der Ebene um den Winkel ρ .

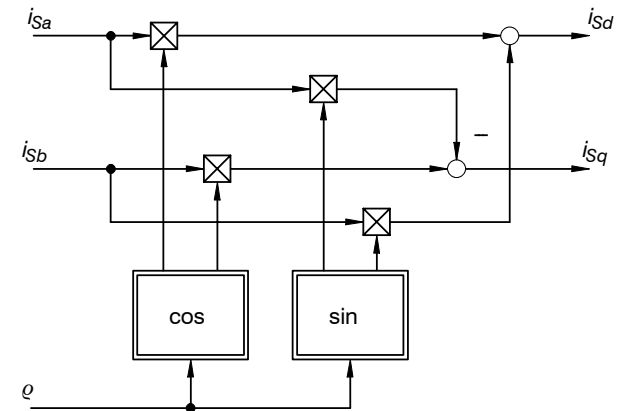


Bild 5.21: Transformation Ständerkoordinaten \rightarrow Feldkoordinaten

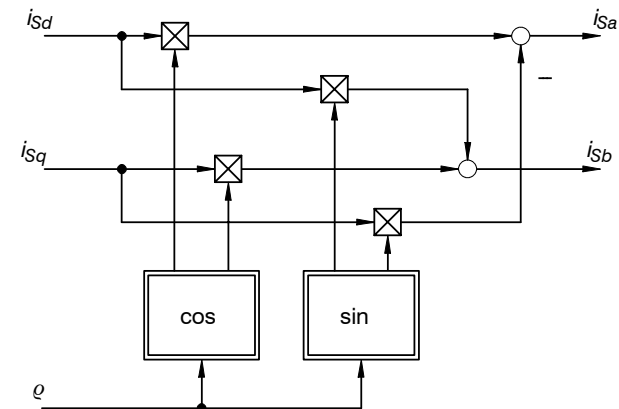


Bild 5.22: Transformation Feldkoordinaten \rightarrow Ständerkoordinaten

Die Koordinatentransformationen werden üblicherweise nicht in den ausführlichen Formen (Bilder 5.21 und 5.22) gezeichnet. Üblich ist die Darstellung in Bild 5.23.

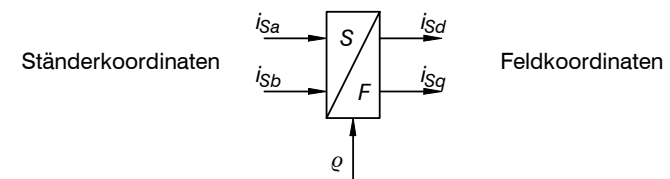


Bild 5.23: Übliche Darstellung für die Transformation Ständer- \rightarrow Feldkoordinaten

In gleicher Weise werden Phasenspaltung und Phasenreduktion dargestellt.

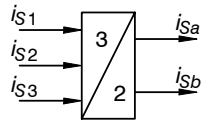


Bild 5.24: Übliche Darstellung für die Phasenreduktion

23 Regelung in Feldkoordinaten (feldorientierte Regelung)

Um in Feldkoordinaten regeln zu können, ist eine Transformation der gemessenen Ströme in das flussfeste Koordinatensystem erforderlich. Die Regelung erfolgt dann in Feldkoordinaten. Die Ausgangsgrößen der Regler müssen abschließend wieder in Ständerkoordinaten transformiert werden.

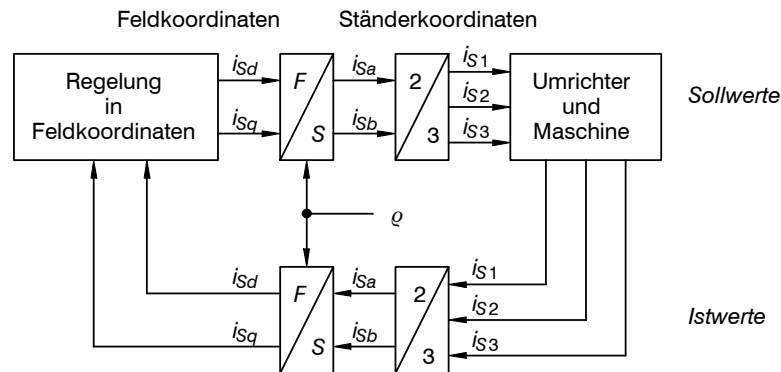


Bild 5.25: Koordinatentransformationen bei der feldorientierten Regelung

Die Regelung "sieht" nur eine Maschine mit Strömen in Feldkoordinaten. Die Asynchronmaschine kann damit wie eine Gleichstrommaschine geregelt werden (Fluss über i_{sd} , Drehmoment über i_{sq}). Die zweifache Koordinatentransformation erfordert eine Kenntnis des Winkels φ , d.h. des Winkels für den Rotorfluss Ψ_R .

In der Anfangszeit versuchte man den Flusswinkel φ über Messspulen oder Hall-Elemente zu messen. Man benötigt dann allerdings teure Spezialmaschinen, so dass die ASM dann kaum noch Vorteile gegenüber der GM aufweisen würde.

Man verwendet heute die Gleichungen der ASM in Feldkoordinaten, um den Flusswinkel aus den gemessenen Strömen zu berechnen. Die Gleichung (5.92)

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega_{mR} = \omega_m + \frac{R_R i_{sq}}{(1 + \sigma_R) \Psi_R} = \omega_m + k_1 \frac{i_{sq}}{\Psi_R} \quad (5.103)$$

ermöglicht mit (5.91) die Berechnung des gesuchten Winkels φ ohne explizite Messung des Flusses Ψ_R . Beide Gleichungen bilden, das sogenannte Flussmodell, das sowohl den Betrag als auch den Winkel des Rotorflusses Ψ_R liefert.

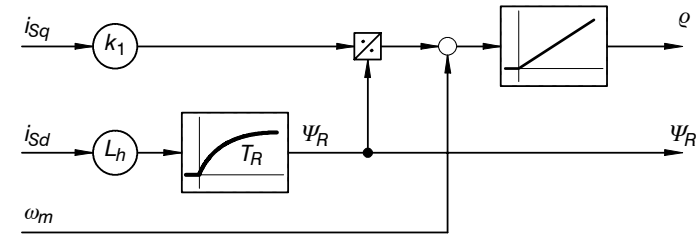


Bild 5.26: Flussmodell der Asynchronmaschine

Der gesamte Signalfluss ist in Bild 5.27 dargestellt.

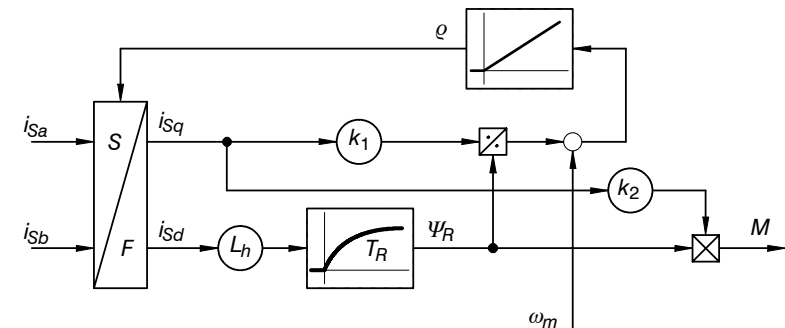


Bild 5.27: Signalverarbeitung bei der feldorientierten Regelung (Flussmodell)

Das Flussmodell erzeugt aus den gemessenen Strömen in Ständerkoordinaten die Ströme in Feldkoordinaten. Eine Messung des Flusses ist nicht notwendig, da diese Größen berechnet werden.

Das Blockschaltbild offenbart eine Schwierigkeit, auf die in den meisten Lehrbüchern nicht hingewiesen wird:

Der Winkel φ wird aus den Strömen i_{sd} und i_{sq} berechnet, die wiederum aus dem Winkel φ bestimmt werden.

Mit systemtheoretischen Methoden kann die Stabilität des Flussmodell jedoch nachgewiesen werden (Hinweis: dies ist mit einer Polardarstellung des Ständerstroms und der Methode von Lyapunov möglich).

24 Übung: Elektrische Größen in Feldkoordinaten und Flussmodell

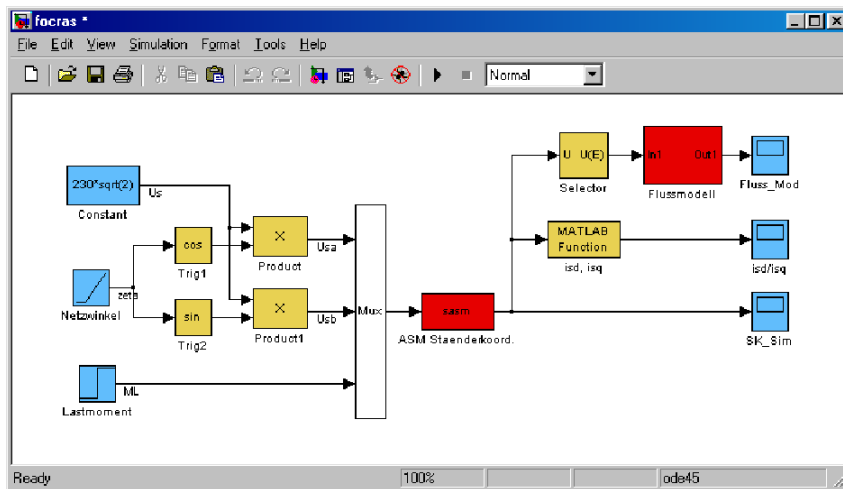


Bild 5.28: Simulation des Asynchronmaschine in Ständerkoordinaten

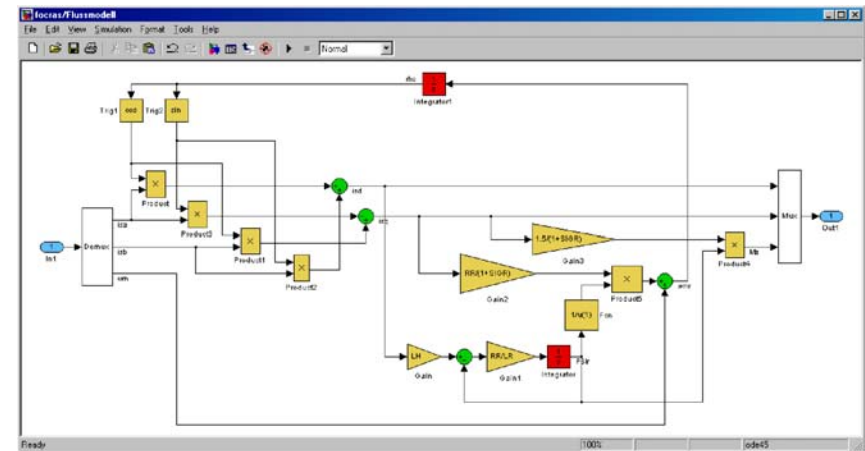


Bild 5.29: Flussmodell

- 1) Vergleichen Sie die Ausgänge des Flussmodells mit den Größen der Simulation in Ständerkoordinaten.

25 Literatur

- [1] Anke, D.: Leistungselektronik.
Oldenbourg, 2000
- [2] Bonstein, I. et. al.: Taschenbuch der Mathematik.
Harri Deutsch, 1993
- [3] Constantinescu–Simon et. al.: Elektrische Maschinen und Antriebssysteme.
Vieweg, 2000
- [4] Fischer, R.: Elektrische Maschinen.
Hanser Lehrbuch, 1999
- [5] Hering, E. et. al.: Handbuch der elektrischen Anlagen und Maschinen.
Springer/VDI, 1999
- [6] Hagmann, G.: Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen.
AULA–Verlag, Wiesbaden, 1993
- [7] Heumann, K.: Grundlagen der Leistungselektronik.
B.G. Teubner, Stuttgart, 1996
- [8] Jenni, F. und D. Wüest: Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter.
vdf–Hochschulverlag an der ETH Zürich, B.G. Teubner, Stuttgart, 1995
- [9] Leonhard, W.: Regelung elektrischer Antriebe.
Springer, Berlin, 2000
- [10] Spice3f3 User's Manual.
Dept. of El. Eng. and Comp. Sc., Univ. of California, Berkeley, 1993
- [11] Riefenstahl, U.: Elektrische Antriebstechnik.
Teubner, 2000

- [12] Schröder, D.: Elektrische Antriebe, Grundlagen.
Springer, 1998
- [13] Seinsch, H.: Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe.
Teubner, 1992
- [14] Spring, E.: Elektrische Maschinen.
Springer, 1998